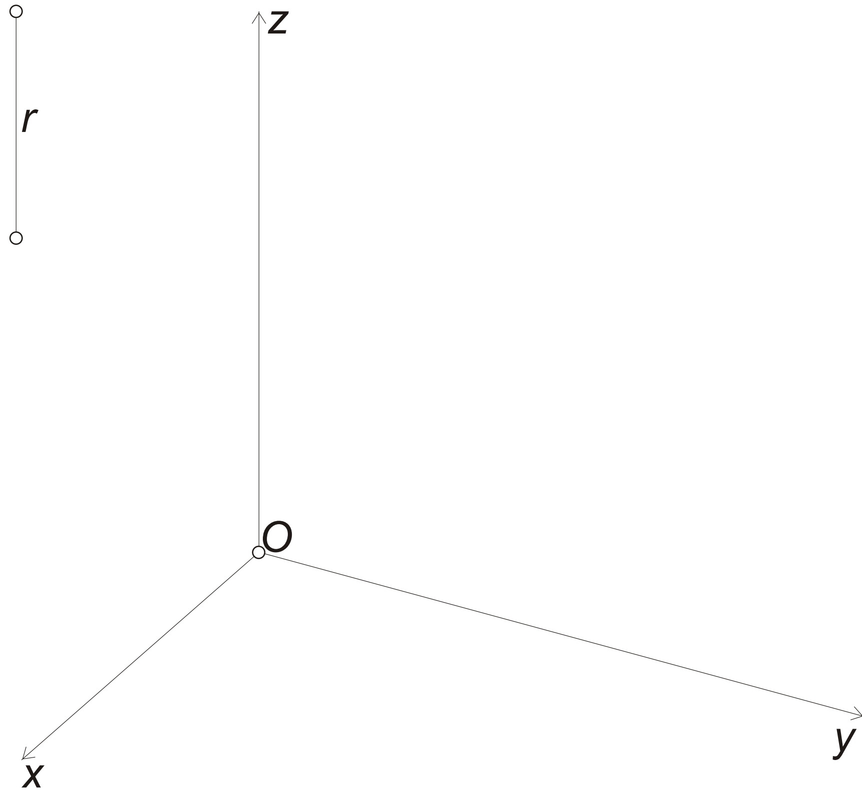
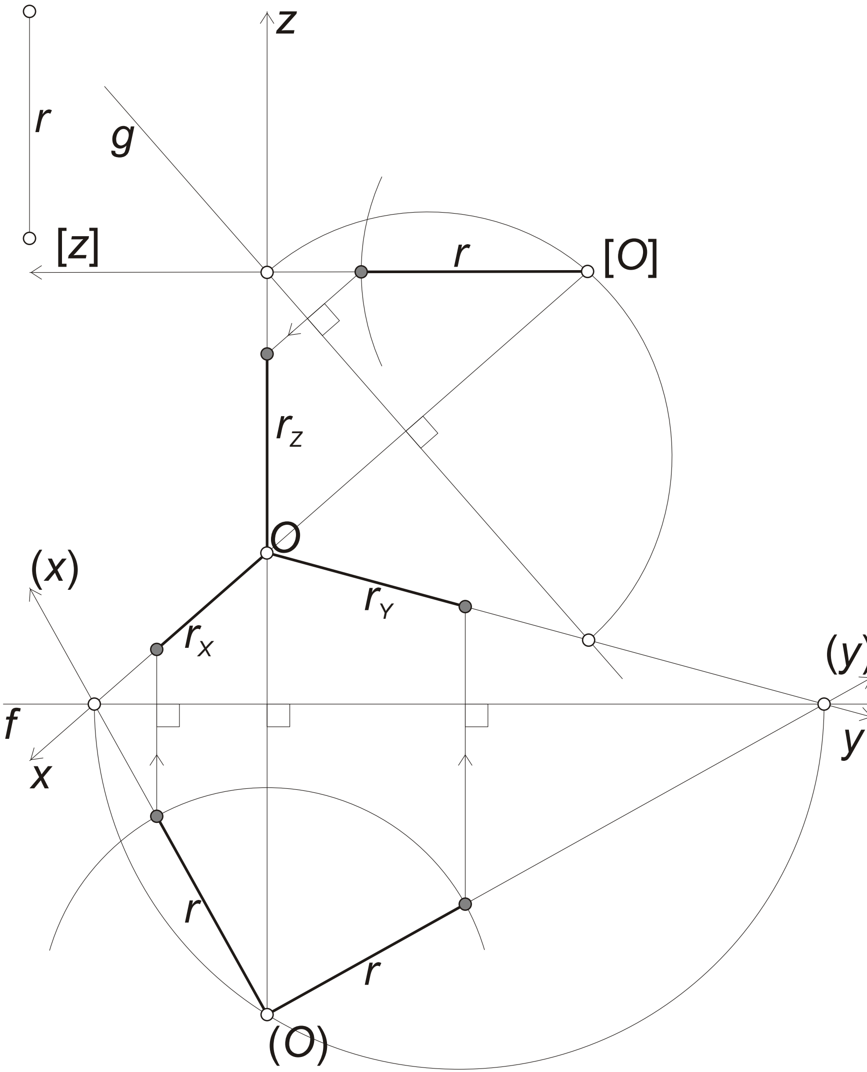
ORTOGONÁLIS AXONOMETRIA

Testábrázolás.
Dobókocka axonometrikus képének szerkesztése



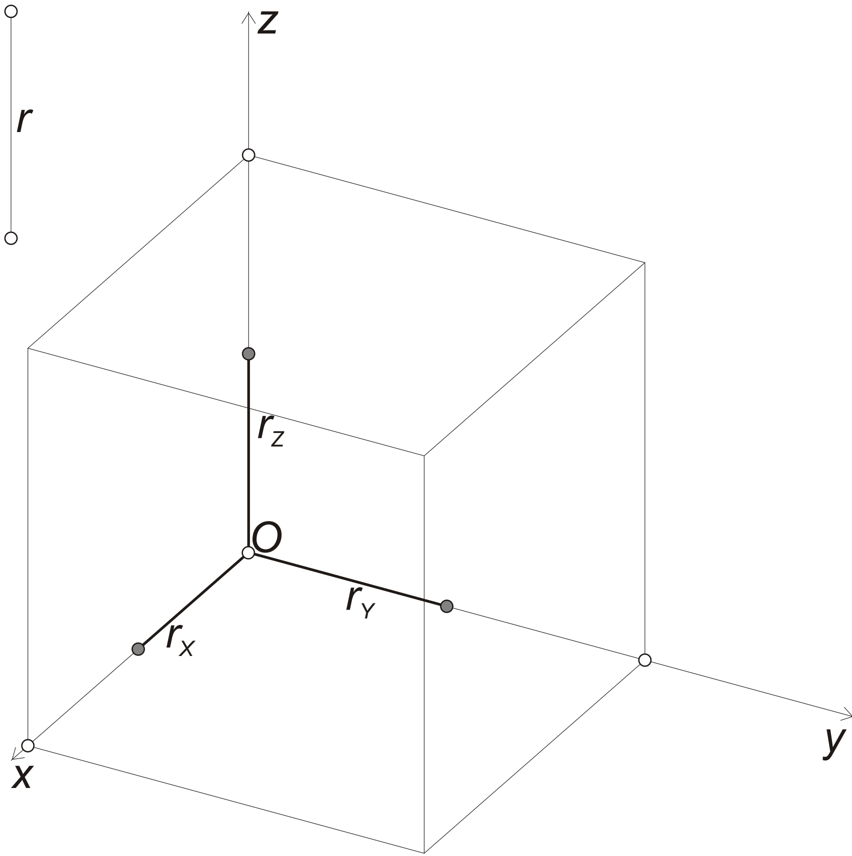
Ortogonális axonometriában adott a koordinátarendszer vetülete, és adott az *r* távolság. Szerkesszük meg a vetületét annak az *a* = 2*r* élhosszúságú kockának, amelynek egyik csúcsa az *O* origó, és az ebből kiinduló élei a koordinátatengelyeken vannak. A kocka lapjaiba írt körök vetületét előállítva, ábrázoljuk a kockának és az éleit érintő (vele koncentrikus) gömbnek a közös részét ("dobókocka"). Tüntessük föl a tömör test láthatóságát.



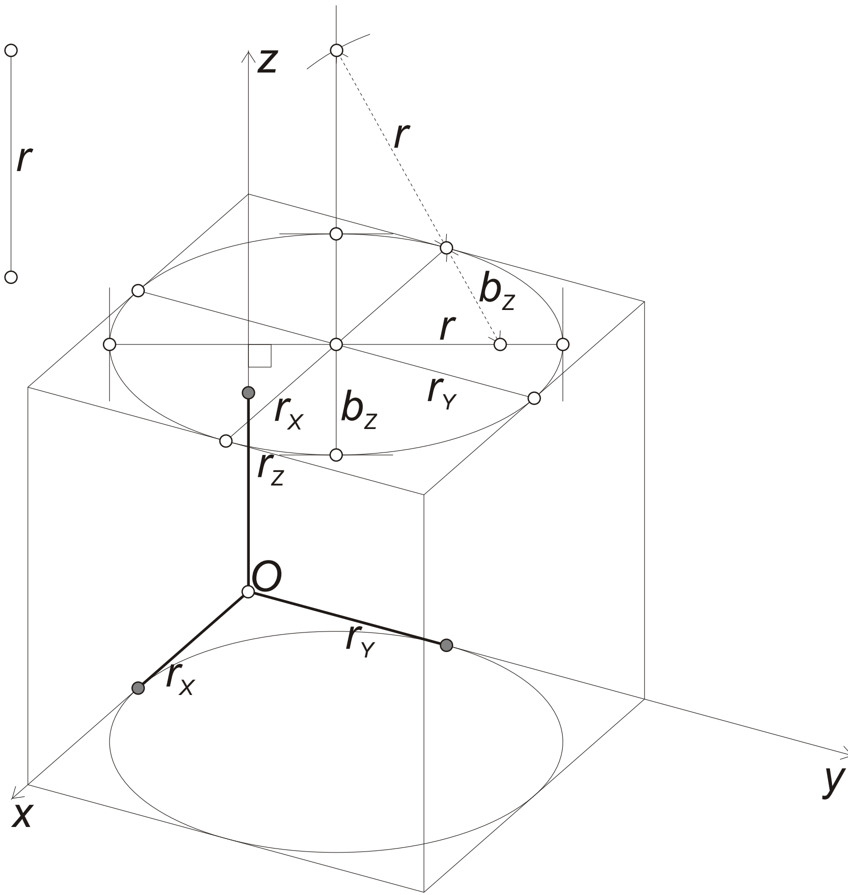
Előállítjuk az *r* távolság rövidülését a koordinátatengelyeken. Ehhez először képsíkkal párhuzamos helyzetbe forgatjuk az [*x, y*] síkot. Forgástengelynek egy *f* fővonalat kell választanunk, amelynek vetületét a harmadik, (esetünkben a *z*) koordinátatengelyre merőlegesen kell fölvennünk. A forgatás során az *x* és *y* tengelyek *f*-fel közös pontjai helyben maradnak. A fixpontok szakaszának Thalész-köre metszi ki *z* vetületéből a leforgatott (*O*) pontot. E pontot összekötve a fixpontokkal megkapjuk a leforgatott (*x*) és (*y*) tengelyt is. Ezekre mérjük rá (*O*)-ból a megadott (valódi) *r* távolságot, és az így kapott pontokat visszaforgatjuk. Ekkor az *x* és *y* tengelyen megkapjuk az *r* távolság r_X és r_Y rövidülését.

A *z* tengelyen föllépő rövidülés előállításához a *z* tengelyt tartalmazó egyik koordinátasíkot, pl. [*y, z*]-t is leforgatjuk. Forgástengelyként most is fővonalat kell választani. Például a *g* fővonal vetületét a harmadik koordinátatengelyre, *x*-re merőlegesen kell fölvennünk. Az *y* és *z* tengelyekkel közös pontok fixen maradnak, ezek szakaszának Thalész-köre metszi ki *x* vetületéből a leforgatott [*O*] pontot. [*O*] és a *z*-n lévő fixpont összekötésével adódik a leforgatott [*z*] tengely. Erre mérjük föl [*O*]-ból a (valódi) *r* távolságot, és a végpont visszaforgatásával adódik annak r_Z rövidülése.

A szerkesztés innentől már axonometriában folytatható, nem lesz szükség a leforgatott síkokra.



Megrajzoljuk a kocka vetületeit. Mivel az élek hossza az r távolság kétszerese, az x, y és z tengelyekre rendre a $2r_X$, $2r_Y$ és $2r_Z$ rövidült élhosszakat kell mérni az O kezdőpontból. Így kapjuk a kocka koordinátatengelyeken lévő éleit, illeve a végpontokban a csúcsait is. Az $[x,\ y]$ síkon az alaplap O-ból kiinduló éleinek vetületét parallelogrammává kiegészítve az alaplap vetülete adódik. Ennek csúcsiba toljuk el a z tengelyen lévő élet, ezzel előállítva a kocka többi oldalélét is. Végül a fedőlap csúcsait összekötve, e lap élei is adódnak.



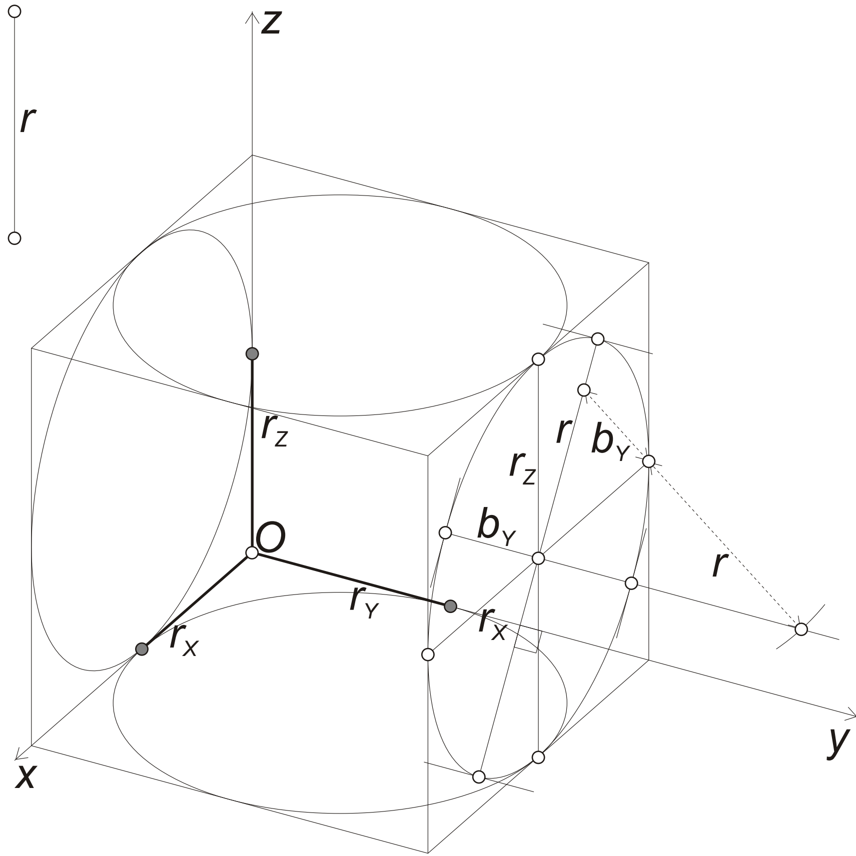
Előállítjuk a fedőlapba (és az alaplapba) írt kör vetületét. Esetünkben a koordinátatengelyekkel (*x*-szel és *y*-nal) párhuzamos átmérők éppen a lap középvonalai lesznek. A végpontokhoz tartozó érintők maguk a kockaélek.

A képellipszis nagytengelyére képeződő átmérő a lapsík fővonalán van. Ennek vetülete merőleges *z* vetületére, hossza pedig a (valódi) *r* távolság kétszerese, hiszen a fővonalon nem lép föl rövidülés.

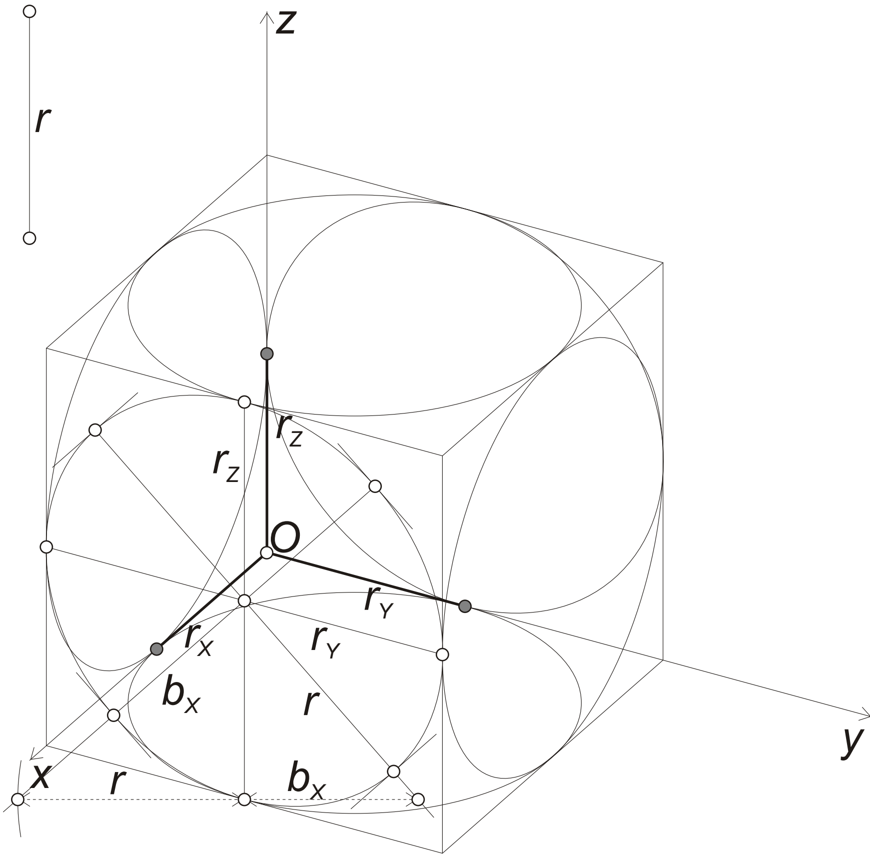
A kistengelyre képeződő átmérő vetületét a nagytengelyre merőlegesen, *z* vetületével párhuzamosan rajzolhatjuk. Rövidült hosszát a vetületben például a *papírcsík szerkesztés* segítségével kaphatjuk. Az képellipszis egy ismert pontjaként az *x*-szel párhuzamos átmérő egyik végpontját választva, a köré rajzolt *r* sugarú ívvel elmetszük a kistengely egyenesét. A kapott pontot a kiválasztott ellipszisponttal összekötve a *papírcsík* helyzete adódik. Meghosszabbításán a pont és a nagytengely közé eső darab mutatja a fél kistengely b_z hosszát.

A tengelyek végpontjában is kijelöljük az érintőket, majd a görbepontok és érintők ismeretében megrajzoljuk a görbe vetületét.

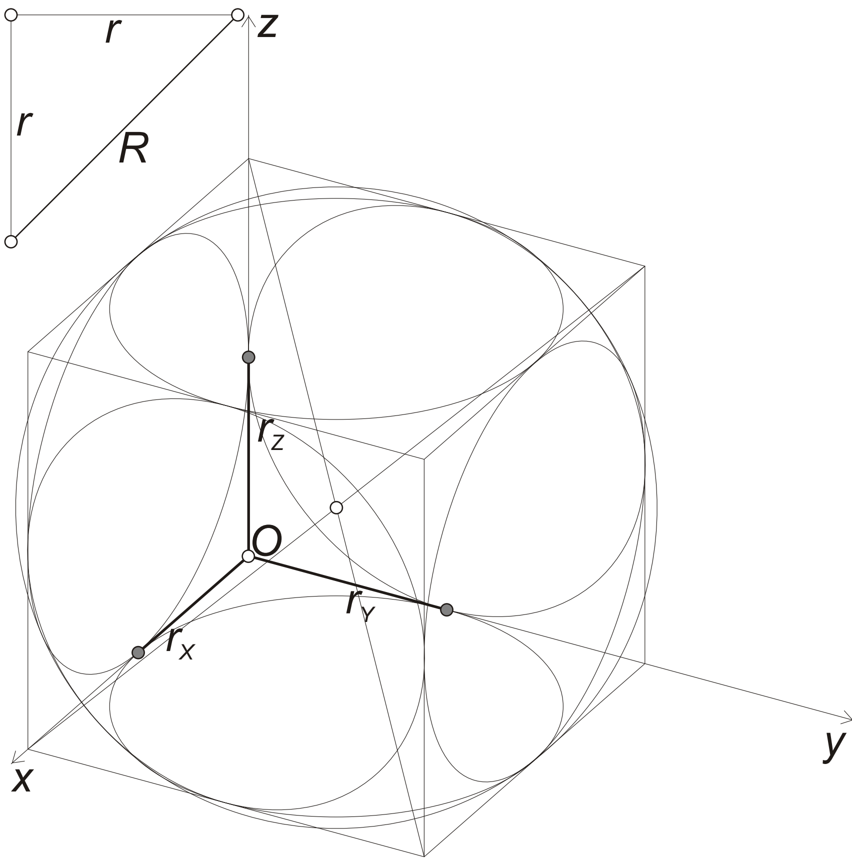
Hasonló szerkesztéssel, vagy a most előállított lényeges pontok és érintők *z*-vel ellentétes irányú $2r_z$ távolsággal történő eltolásával, az alaplapba írt kör vetületének is megkaphatjuk a megfelelő pontjait és érintőit, és megrajzolhatjuk a képellipszist.



Az y tengelyre merőleges síkú oldallapok beírt körét is hasonló módon ábrázoljuk. Az x és z koordinátatengelyekkel párhuzamos átmérők a középvonalak, a végpontokhoz tartozó érintők pedig maguk a kockaélek. A nagytengelyre képeződő átmérő vetülete merőleges y képére, és hossza r. A kistengelyre képeződő átmérő vetülete y-nal párhuzamos, b_Y hosszát pedig a *papírcsík szerkesztéssel* állítjuk elő, például az x-szel párhuzamos átmérő egyik végpontjából kiindulva. A pontok és érintők ismeretében megrajzoljuk a görbe vetületét. Végül e pontokat és érintőket $-2\boldsymbol{r}_Y$-nal eltolva a párhuzamos lap beírt körének képe is adódik.



Végül az x tengelyre merőleges síkú oldallapok beírt körének vetületét is előállítjuk. Az y és z koordinátatengelyekkel párhuzamos átmérők a középvonalak. A nagytengelyre képeződő átmérő vetülete merőleges x képére, és hossza r. A kistengelyre képeződő átmérő vetülete x-szel párhuzamos, b_x hosszát a *papírcsík szerkesztés* szolgáltatja. A pontok és érintők ismeretében megrajzoljuk a görbe vetületét, és $-2\boldsymbol{r}_x$-szel eltolva a párhuzamos lap beírt körének képe is adódik.



A kockát valamelyik élének irányából vetítve a képként egy négyzet adódik, amelynek körülírt köre a kocka éleihez írt gömb vetülete. Így e gömb sugara az élhossz felének √2-szöröse. Esetünkben tehát a gömb *R* sugara annak az egyenlőszárú derékszögű háromszögnek az átfogója, amelynek befogói *r* hosszúságúak: $R = \sqrt{2}r$. A gömb kontúrja is *R* sugarú kör, amelynek középpontja közös a kocka testközéppontjával. Ezt például két testátló metszéspontjaként kapjuk meg. A kontúrkör képét, a gömb képkörajzát, a középpont képe köré rajzolt *R* sugarú kör képezi. Ha pontosan rajzoltuk meg a lapokba írt körök vetületét, akkor a *R* sugarú kör érinti a képellipsziseket. A láthatóság feltüntetésekor a képkörrajz egyes íveire szükség lehet.

Végül feltüntetjük a láthatóságot.