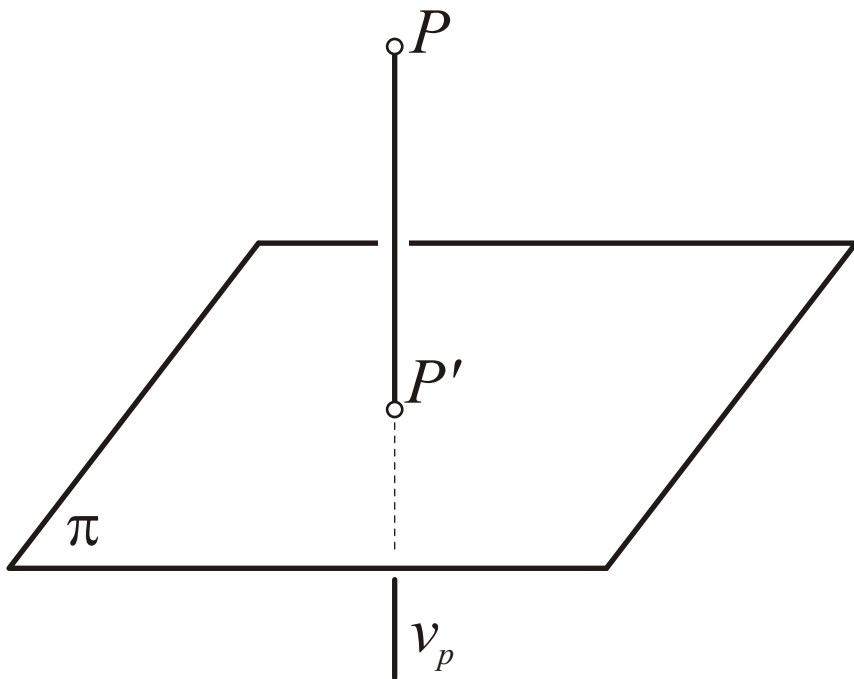


MERŐLEGES VETÍTÉS, KÉTKÉPSÍKOS ÁBRÁZOLÁS

A merőleges vetítés definíciója



π egy rögzített sík:
képsík;

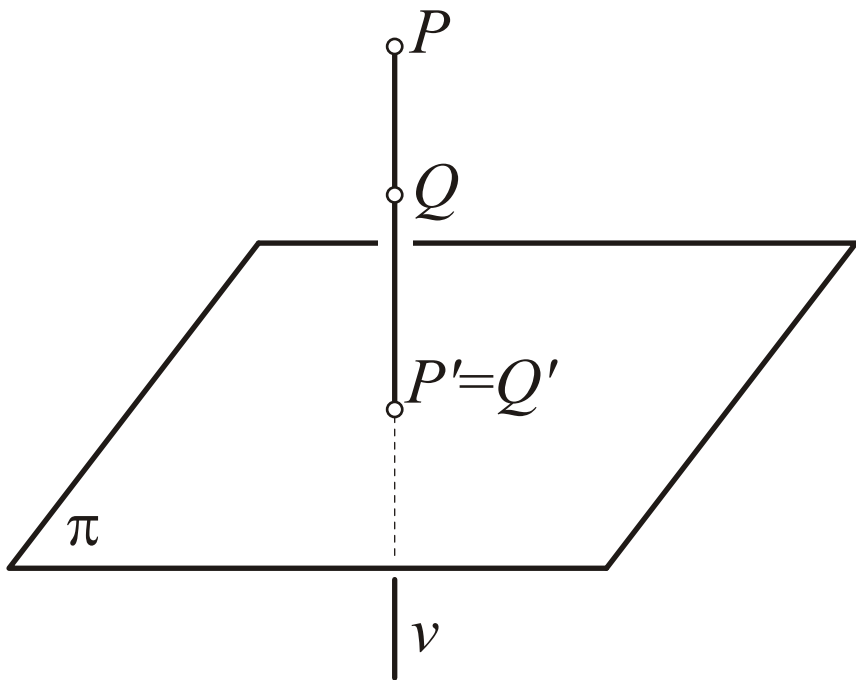
P tetszőleges pont;

$\nu_p : P \in \nu_p \perp \pi$

ν_p *P vetítőszára;*

$P' = \nu_p \cap \pi$

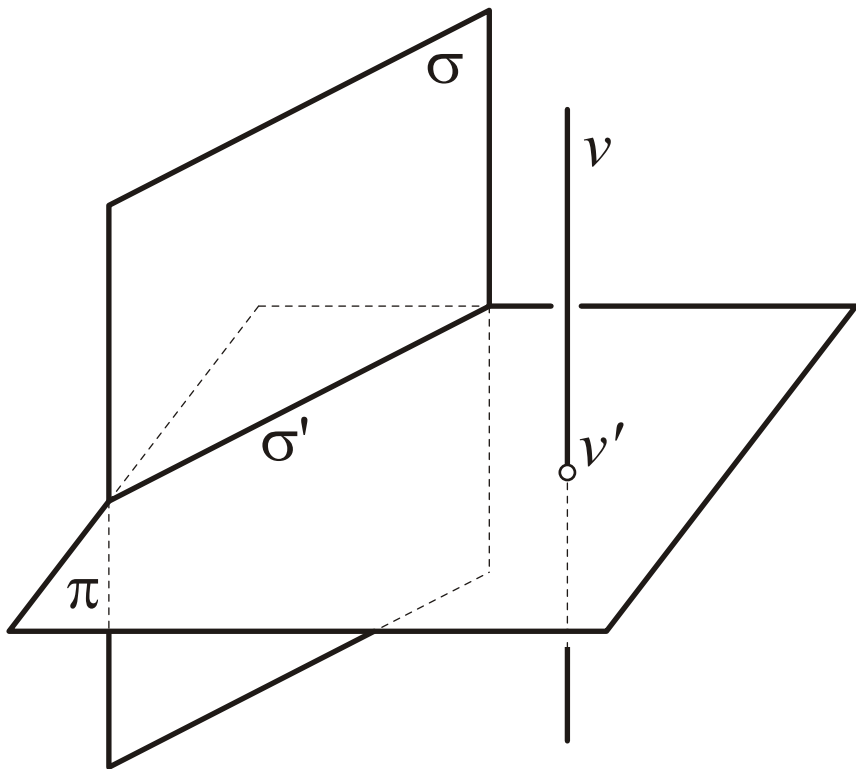
P' *P képe v. vetülete.*



$$P, Q \in v \perp \pi;$$

$$P' = Q'$$

A merőleges vetítés *egyértelmű*,
de *nem kölcsönösen egyértelmű* leképezés.



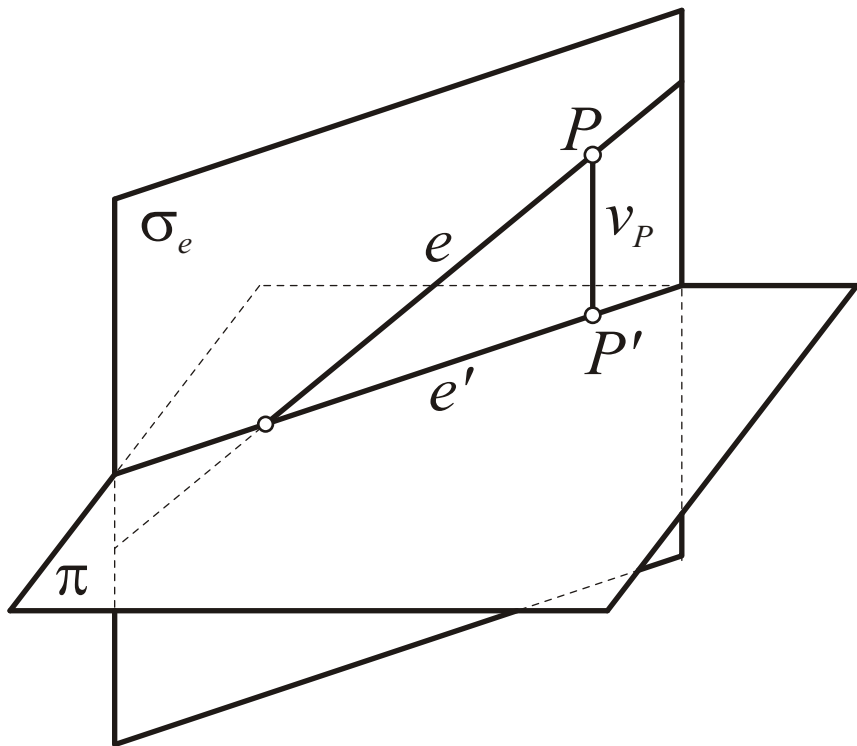
$\nu \perp \pi$ *vetítőegyenes* ν .
vetítősugár.

Képe $\nu' = \nu \cap \pi$
egyetlen pont.

$\sigma \perp \pi$ *vetítősík.*

Képe $\sigma' = \sigma \cap \pi$
egy egyenes.

Hasonlóan, a képsíkkal párhuzamos egyenest *főegyenesnek*,
a képsíkkal párhuzamos síkot *fősíknak* mondjuk.



e általános helyzetű
(nem vetítő) egyenes

$\sigma_e : e \subset \sigma_e \perp \pi$

e vetítősíkja

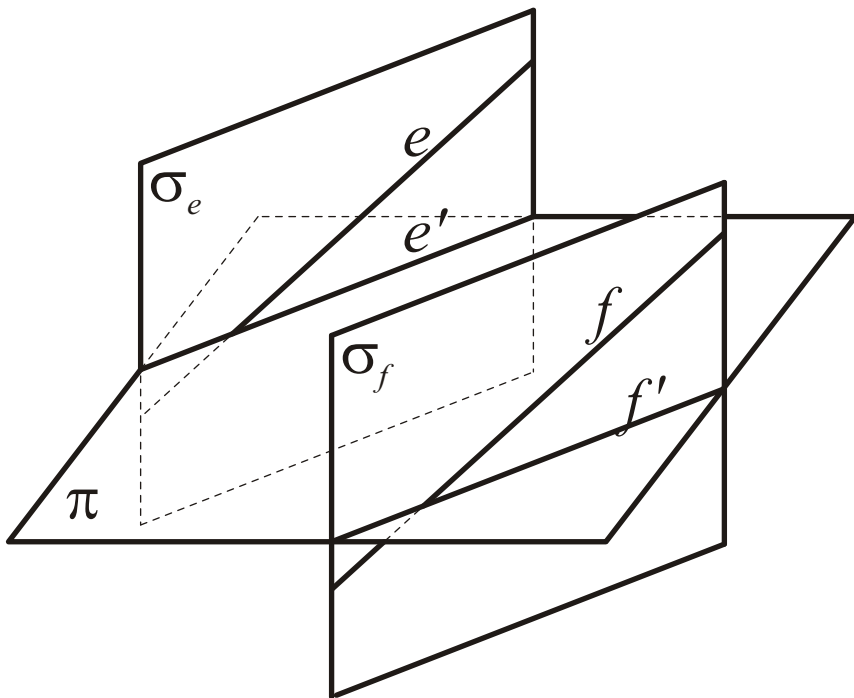
$e' = \sigma_e \cap \pi$

egy egyenes,

$P \in e \Rightarrow v_P \subset \sigma_e$

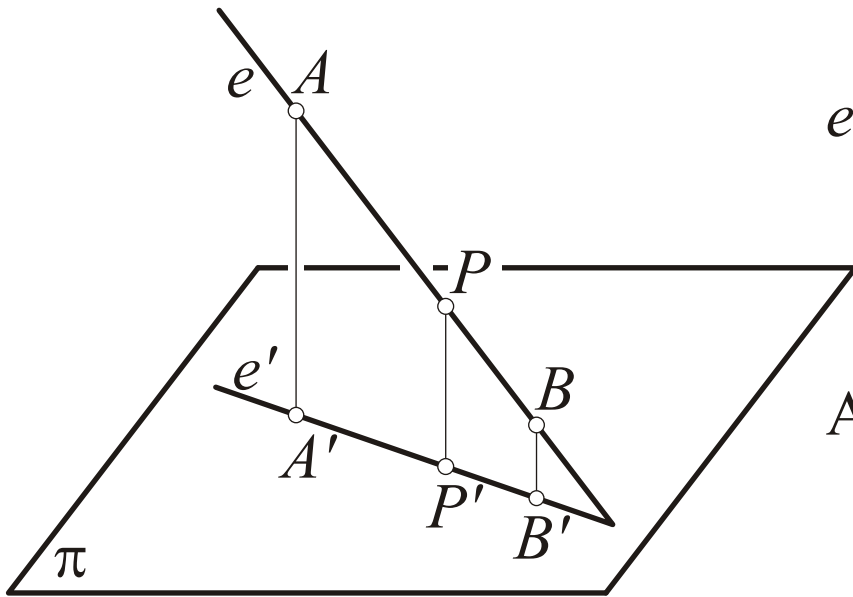
$\Rightarrow P' \in e'$

A merőleges vetítés **egyenestartó** (kivéve a vetítőegyenesek esetét) és **illeszkedéstartó** (mindig!) leképezés.



$e \parallel f$ általános egyenesek
 $\Rightarrow \sigma_e \parallel \sigma_f \Rightarrow e' \parallel f'$

A merőleges vetítés *párhuzamosság-tartó* leképezés
 (kivéve most is a vetítőegyenesek esetét).



e egy (irányított) általános helyzetű egyenes,

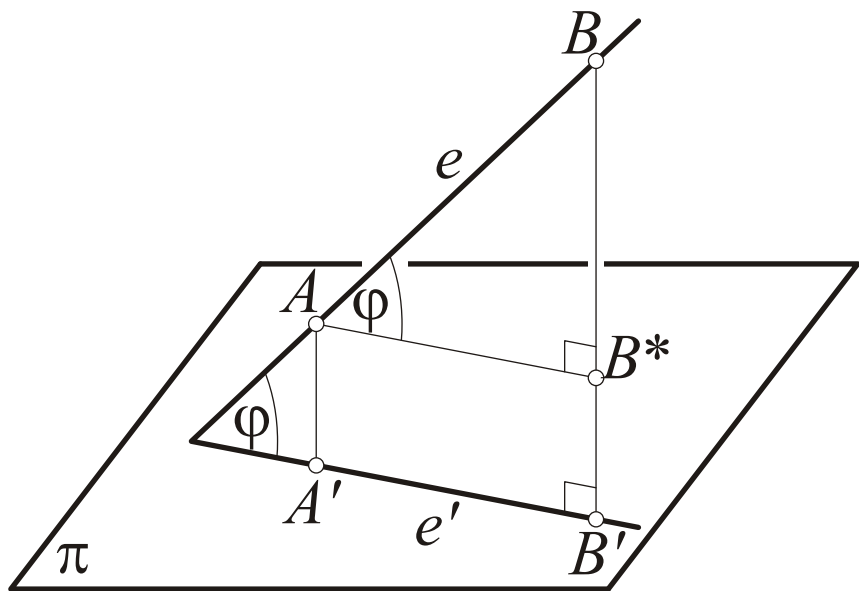
$$A, P, B \in e$$

$$\Rightarrow A', P', B' \in e'$$

A *párhuzamos szelők* tételéből:

$$|A'P'| : |P'B'| = |AP| : |PB|$$

A merőleges vetítés ***osztóviszonytartó*** (egyenes mentén aránytartó) leképezés.



e tetszőleges egyenes

$$A, B \in e; \varphi = (e, \pi) \angle$$

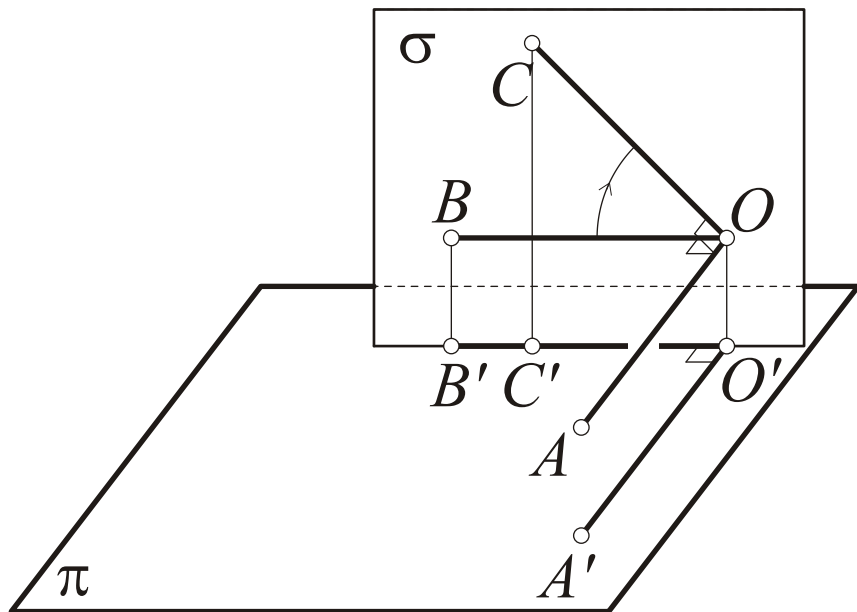
$$\Rightarrow |A'B'| = |AB^*| = \\ = |AB| \cos \varphi \leq |AB|,$$

$$|A'B'| = |AB| \Leftrightarrow \varphi = 0$$

$$\Leftrightarrow e \parallel \pi \text{ (} e \text{ főegyenes)}$$

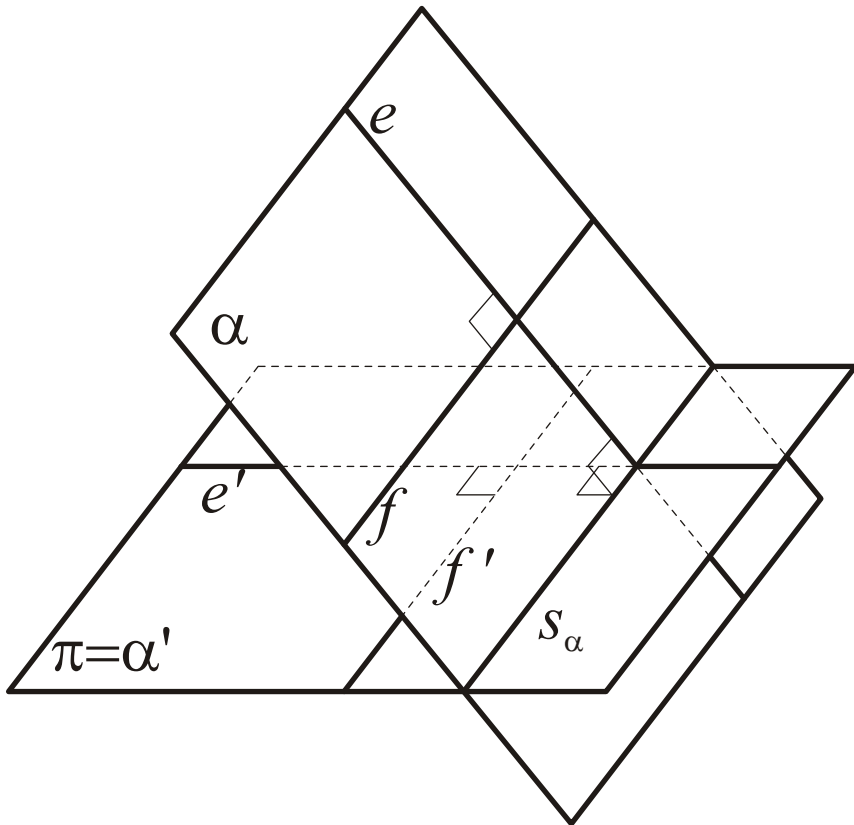
Egy szakasz merőleges vetülete nem lehet hosszabb az eredeti szakasznál. Hosszuk csakis akkor egyenlő, ha a szakasz tartóegyenesé főegyenes.

A merőleges vetítés ***nem távolságtartó, nem szögtartó, és nem aránytartó*** leképezés.



Az $AOB \angle$ derékszög,
 $AO, OB \parallel \pi$
 $\Rightarrow A'O'B' \angle$ is derékszög
 Az $AOC \angle$ az $AOB \angle$
 elforgatottja AO körül
 $\Rightarrow AOC \angle$ is derékszög
 A forgatás közben OB
 végig a σ vetítősíkban
 marad $\Rightarrow OC \subset \sigma$.

***Ha egy derékszög egyik szára párhuzamos a képsíkkal,
 akkor a derékszög merőleges vetülete is derékszög.***



Ha α egy általános helyzetű (nem vetítő) sík akkor $\alpha' = \pi$.

Ha létezik az $s_\alpha = \alpha \cap \pi$ metszésvonal, akkor azt α **nyomvonalának** mondjuk;

$f: f \subset \alpha, f \parallel \pi$ ($f \parallel s_\alpha$)

α egy **fővonala**;

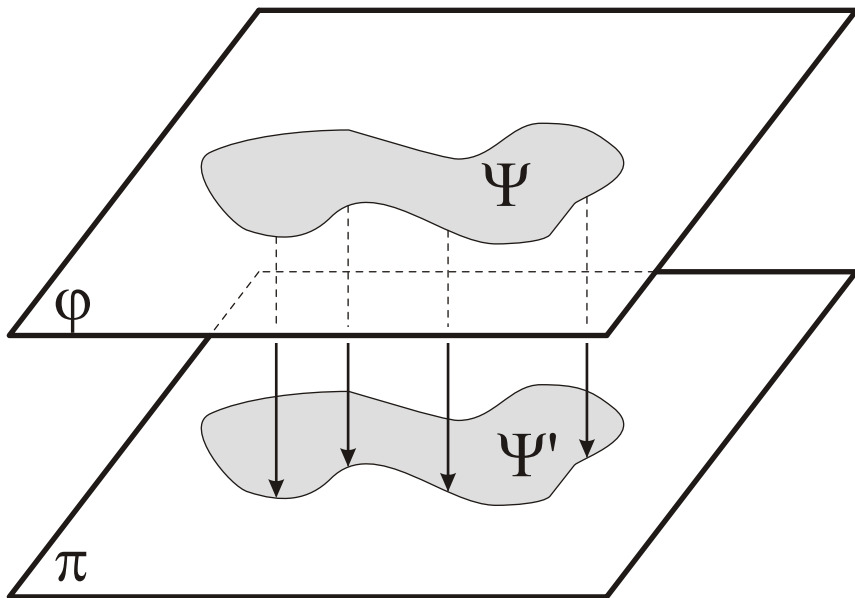
$e: e \subset \alpha, e \perp f$ ($e \perp s_\alpha$)

α egy **esésvonala**;

$e \perp f$ és $f \parallel \pi \Rightarrow e' \perp f'$

$(\alpha, \pi) \angle = (e, e') \angle$

Egy általános helyzetű sík merőleges vetülete a teljes képsík.



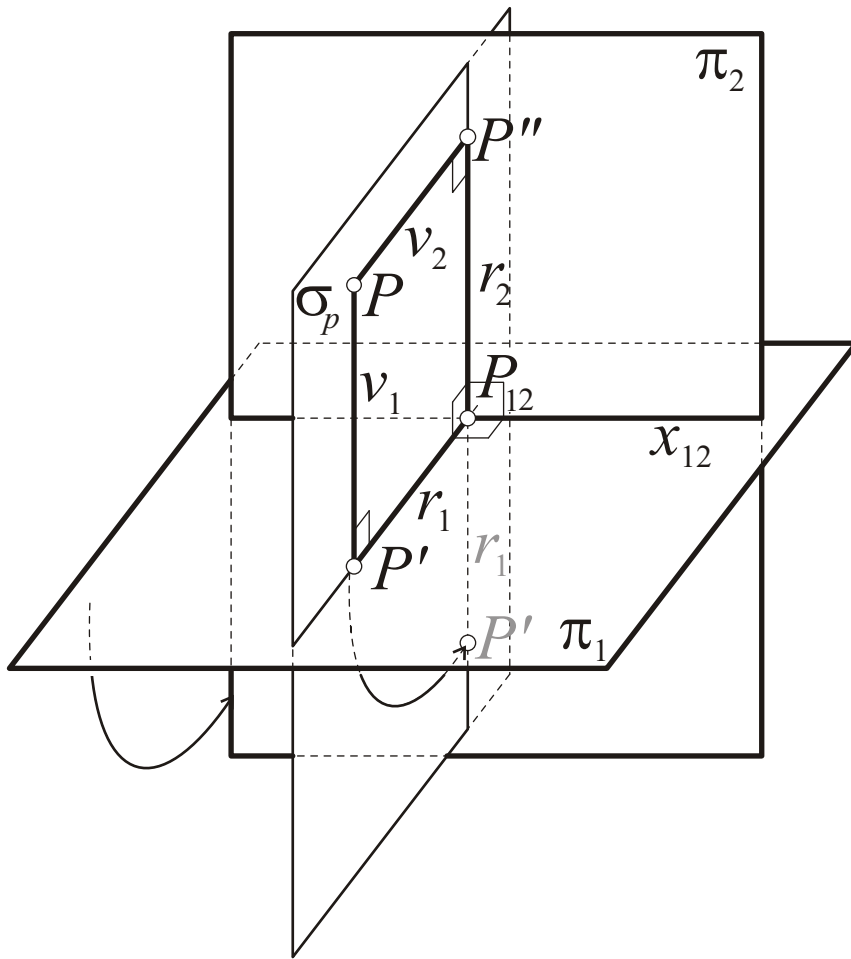
$\varphi \parallel \pi$ *fő sík*

φ merőleges vetítése π -re
párhuzamos eltolás
(egybevágóság)

$\Psi \subset \varphi \Rightarrow \Psi' \cong \Psi$

Fő síkra illeszkedő alakzat merőleges vetülete egybevágó az eredeti alakzattal.

A kétképsíkós ábrázolás



$\pi_1 \perp \pi_2$ rögzített képsíkok
képsíkrendszer

alkotnak: I. és II. képsík
 $x_{12} = \pi_1 \cap \pi_2$ a képsíkrend-
szer ***tengelye***.

v_1 és v_2 a P pont I. és II.
vetítősugara

P' és P'' a P pont I. és II.
képe

r_1 és r_2 a P pont I. és II.
rendezője

v_1 és v_2 valamint r_1 és r_2
téglalapot alkotnak

σ_p -ben, P vetítősíkjában

Végül π_1 -et x_{12} körül 90° -kal elforgatva π_1 -et és π_2 -t egyesítjük



A kétképsíkos ábrázolást
Monge-féle ábrázolásnak
is szokás nevezni

GASPARD MONGE
(1746 – 1818)
francia matematikus,
„az ábrázoló geometria atyja”