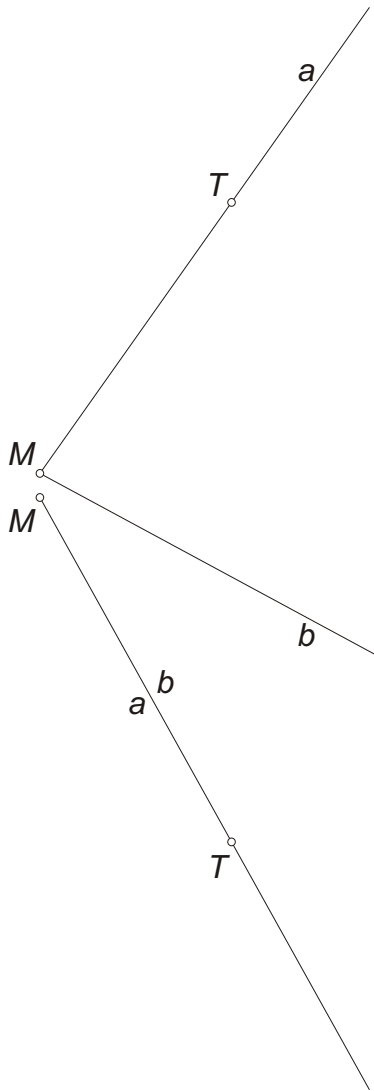
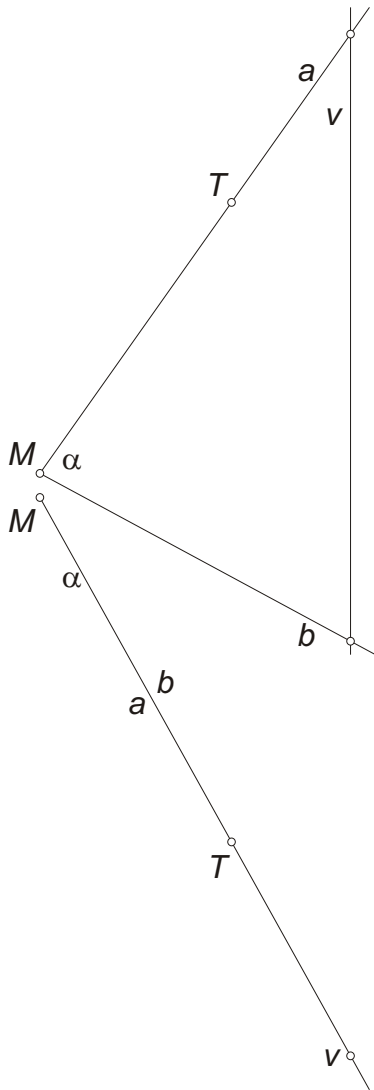


# **KÖRÁBRÁZOLÁS**

**Vetítősíkra illeszkedő kör**

Adottak az  $M$  kezdőpontú  $a$  és  $b$  félegyenesek, továbbá az  $a$ -ra illeszkedő  $T$  pont. Ábrázoljuk azt a kört, amely érinti a félegyeneseket úgy, hogy az  $a$ -n lévő érintési pont  $T$  legyen.

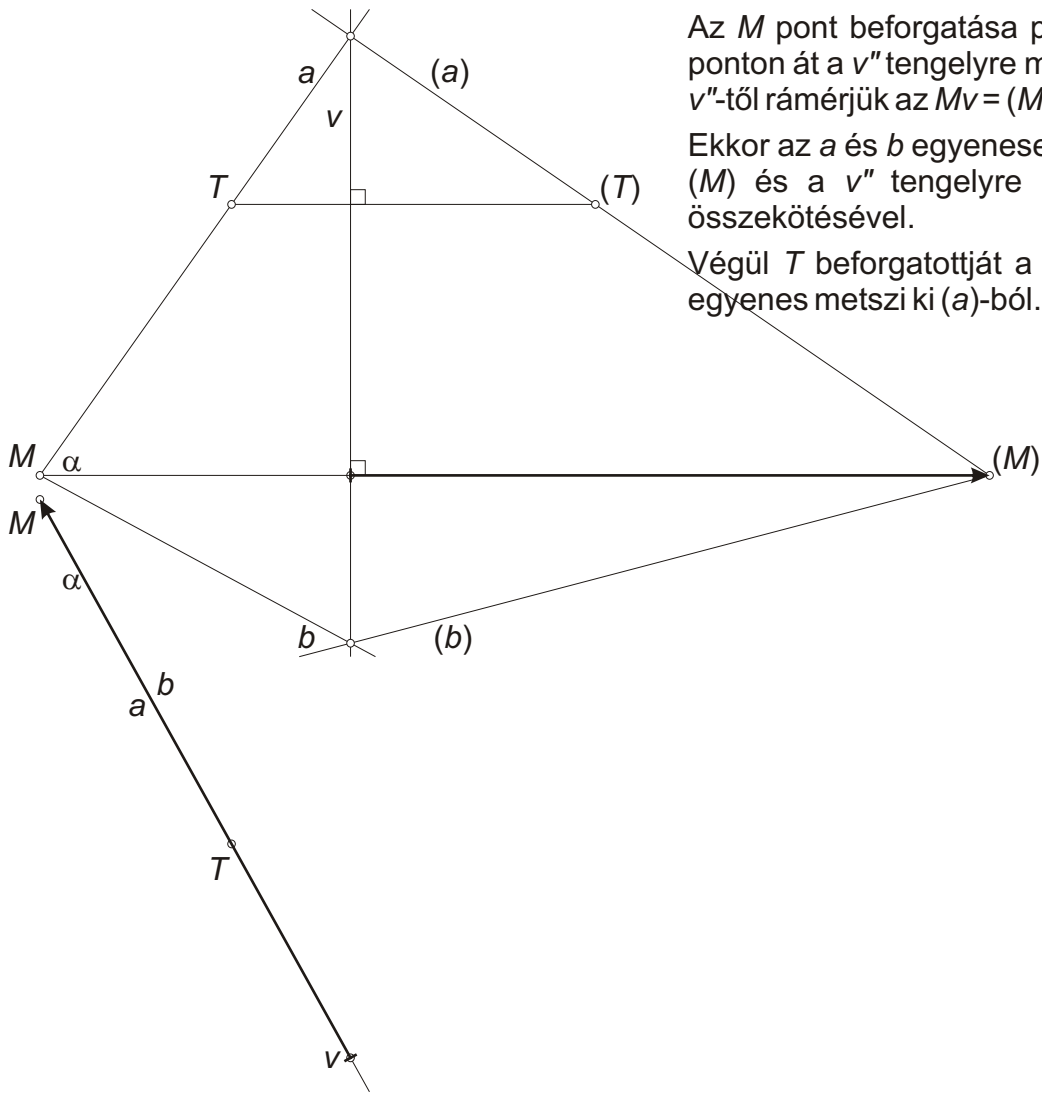




Mivel az  $a$  és  $b$  egyenesek I. képei egybeesnek, a keresett kör általuk meghatározott  $\alpha$  síkja I. vetítősík.

A kör síkja tehát adott, így első lépésként a középpont és a sugár meghatározása lesz a feladatunk. Ehhez a  $\alpha$ -t beforgatjuk a II. képsíkkal párhuzamos helyzetbe.

Egy I. vetítősík II. képsíkkal párhuzamos egyenesei (II. fővonalai) a sík I. vetítőegyenesei. Forgástengelynek ezek közül választunk ki egy tetszőleges  $v$  egyenest. A beforgatás során kihasználjuk, hogy a sík bármely pontjának  $v$ -től mért távolsága az I. képről közvetlenül leolvasható:  $v$  pontszerű  $v'$  képének és a pont I. képének távolsága mutatja azt.

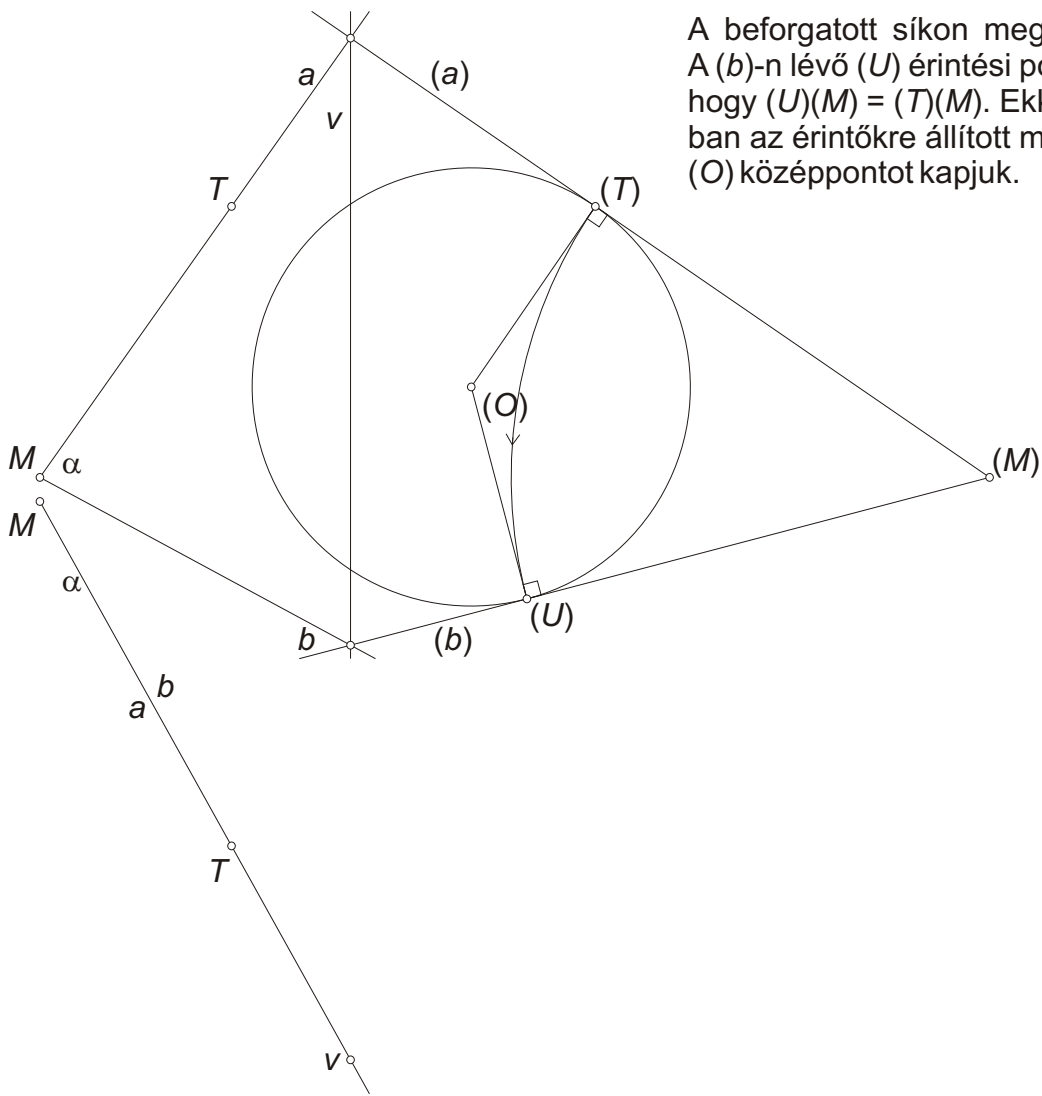


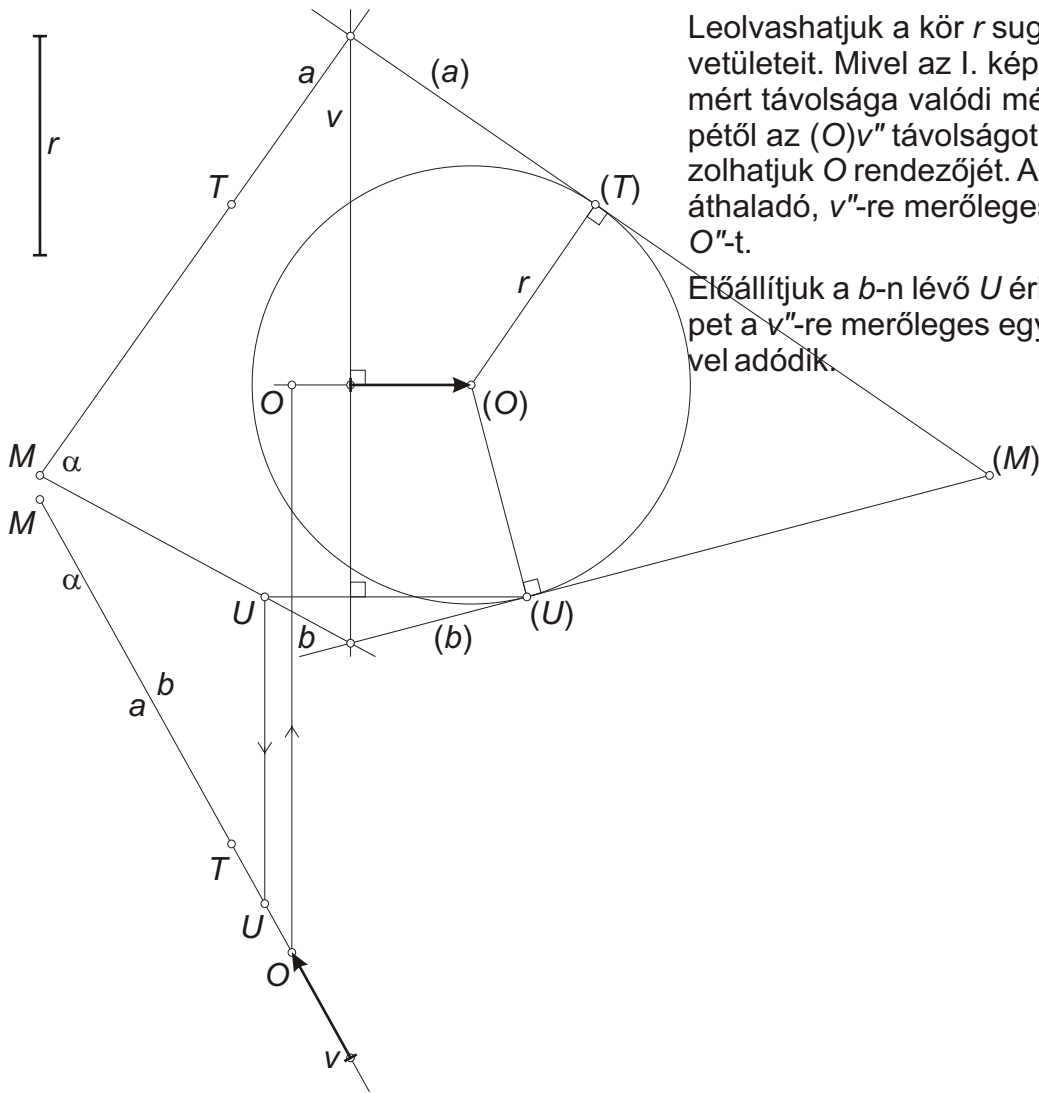
Az  $M$  pont beforgatása például úgy történhet, hogy az  $M''$  ponton át a  $v''$  tengelyre merőlegesen megrajzolt egyenesre  $v''$ -től rámérjük az  $Mv = (M)v'' = M'v'$  távolságot.

Ekkor az  $a$  és  $b$  egyenesek  $(a)$  és  $(b)$  beforgatottja is adódik  $(M)$  és a  $v''$  tengelyre illeszkedő, fixen maradó pontok összekötésével.

Végül  $T$  beforgatottját a  $T''$ -n át  $v''$ -re merőlegesen rajzolt egyenes metszi ki  $(a)$ -ból.

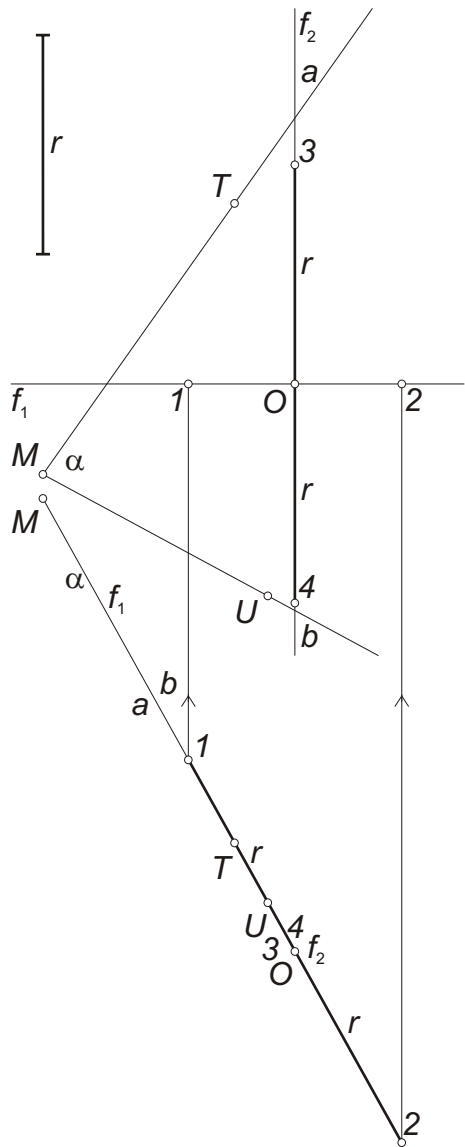
A beforgatott síkon megszerkesztjük a kör középpontját. A (b)-n lévő (U) érintési pont előállításához kihasználhatjuk, hogy  $(U)(M) = (T)(M)$ . Ekkor a (T) és az (U) érintési pontokban az érintőkre állított merőlegesek metszéspontjaként az (O) középpontot kapjuk.





Leolvashatjuk a kör  $r$  sugarát, és előállíthatjuk a középpont vetületeit. Mivel az I. képen a pontoknak a forgástengelytől mért távolsága valódi méretében látszik,  $v$  pontszerű I. képétől az  $(O)v''$  távolságot felmérve megkapjuk  $O'$ -t. Megrajzolhatjuk  $O$  rendezőjét. Az  $O''$  pont illeszkedik az  $(O)$  ponton áthaladó,  $v''$ -re merőleges egyenesre is, így ki tudjuk jelölni  $O''$ -t.

Előállítjuk a  $b$ -n lévő  $U$  érintési pont II. és I. képét is. A II. képét a  $v''$ -re merőleges egyenes jelöli ki, az I. pedig rendezővel adódik.



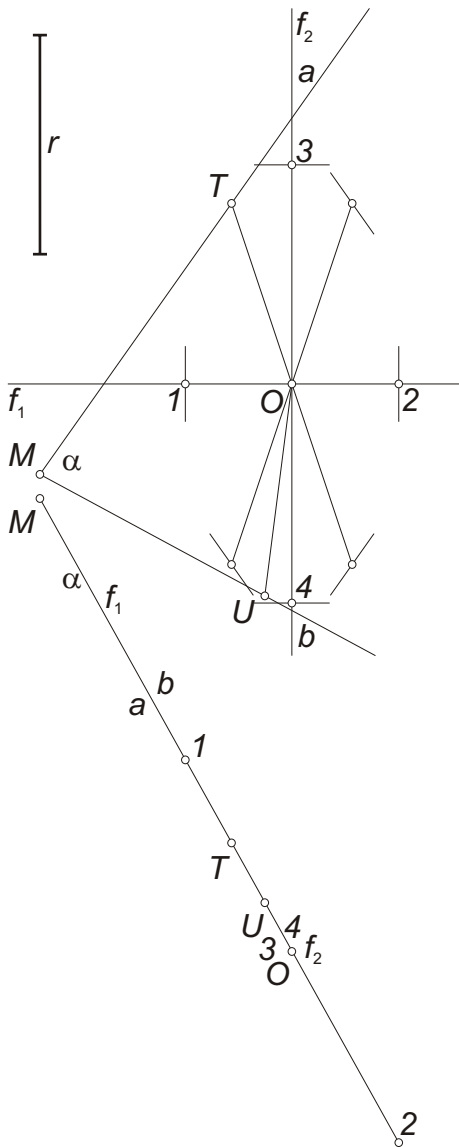
A képellipszisek nagytengelyére illeszkedő átmérők a középponton áthaladó fővonalakra illeszkednek; hosszuk megegyezik a kör átmérőjének hosszával.

Fölvesszük tehát az  $O$  ponton át az  $f_1$  I. fővonalat (II. képe vízszintes, I. képe azonos  $\alpha'$ -vel) és az  $f_2$  II fővonalat, amely egyúttal I. vetítőegyenes is (I. képe  $O'$ -vel egybeeső pont, II. képe rendezőirányú).

Az I. képen  $O'$ -től mindkét irányban fölmérjük  $f_1'$ -re az  $r$  sugarat. Így kapjuk az  $1'$  és  $2'$  pontokat, amelyeknek II. képe  $f_1''$ -n rendezővel adódik. Az  $1$  és  $2$  pontok a (szakasszá elfajuló) I. képellipszis nagytengelyére képeződő átmérő végpontjai.

A II. képen  $O''$ -től mérjük föl  $f_2''$ -re az  $r$  távolságot, kijelölve a  $3''$  és  $4''$  pontokat, amelyeknek I. képe egybeesik  $f_2$  pontszerű vetületével. A  $3$  és  $4$  pontok a II. képellipszis nagytengelyére képeződő átmérő végpontjai.

A képellipszisek kistengelyére képeződő átmérők a középponton áthaladó esésvonalakra illeszkednek. Viszont egy vetítősík I. és II. fővonalai merőlegesek egymásra, és így az I. fővonal egyben II. esésvonal is, és fordítva, a II. fővonal egyben I. esésvonal is. Ilyen módon az I. képellipszis (0 hosszúságú) kistengelye  $3'4'$ , a II. képellipszis kistengelye pedig  $1''2''$ .



A II. képellipszis tengelyvégpontjaiban megrajzoljuk az érintőket.

Célszerű további ellipszispontokat is szerkeszteni. Ez a tengelyek ismeretében például a kétkörös szerkesztéssel megvalósítható.

Az ismert pontokból és érintőkből is eljuthatunk újabb görbepontokhoz és érintőkhöz a szimmetriák felhasználásával, a középpontra illetve a tengelyegyenesekre tükrözve azokat. Így jártunk el például a  $T$  pontból kiindulva.



Végül a megszerkesztett pontok és érintők ismeretében megrajzoljuk a kör vetületeit.

