MŰEGYETEM 1782

TÁJÉKOZTATÓ A BME TERMÉSZETTUDOMÁNYI KARÁRA

MATEMATIKUS MESTERSZAKRA

FELVÉTELT NYERT HALLGATÓK SZÁMÁRA

2019

Tartalomjegyzék

Kedves Matematikus Hallgató!

Szeretettel köszöntöm abból az alkalomból, hogy a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem (BME vagy népszerű nevén a Műegyetem) polgára lett. Külön örülök annak, hogy tanulmányaihoz a Természettudományi Kart választotta, hiszen hosszú évek óta nagy hangsúlyt fektetünk arra, hogy a tőlünk kikerülő hallgatók világszínvonalú tudással bárhol megállják a helyüket és itthon vagy akár külföldön öregbítsék országunk jó hírét. Nemzetközi hírű professzorainkkal, kutatásban és oktatásban kiterjedt tapasztalatokkal rendelkező tanártársaimmal arra törekszünk, hogy Önnel együttműködve, közös erőfeszítéssel, a tudása mélyüljön, látóköre szélesedjen és képzése során sok hasznos ismeretre tegyen szert. A Karhoz tartozó oktatási egységek igen sok külföldi egyetemmel alakítottak ki élénk és nagyon eredményes oktatási és kutatási együttműködést. Ennek révén a magasabb évfolyamos hallgatók egy részének lehetőséget nyújtunk arra, hogy tanulmányaik bizonyos szakaszát külföldi egyetemeken folytathassák.

Célunk, hogy amikor majd kézhez veszi MSc diplomáját, az elhelyezkedés ne jelenthessen gondot és olyan munkát választhasson, ami nemcsak biztos megélhetést nyújt, hanem érdeklődésének megfelelő is.

A matematikus képzés közel két évtizedes múltra tekint vissza a Műegyetemen kiváló eredménnyel. Eddigi tapasztalataink szerint a hallgatóink érdeklődőek és teljesítményorientáltak. Kívánjuk, hogy minél inkább járuljon hozzá ahhoz, hogy hallgatótársai között kialakuljon az egymást segítés és egymással versengés egyensúlya.

Az egyetemi évek mindenki életében meghatározóak, nemcsak a megszerzett ismeretanyag tekintetében – hiszen manapság a tanulás egy életre szóló program –, hanem az egyetemi életben való részvétel, az itt létrejövő személyes kapcsolatok és az itt kialakuló tudományos szemlélet miatt is. Arra biztatom, hogy használja ki jól a BME nyújtotta lehetőségeket! Tájékozódjék, keresse a kapcsolatokat a felsőbb éves hallgatókkal, professzoraival és tanáraival! Nem fog csalódni, ha esetleges problémáival hozzájuk fordul.

Most azonban nem a problémák, hanem az öröm perceit éljük: örülünk, hogy csatlakozott hozzánk, a felvételéhez szívből gratulálok!

DR. HORVÁTH MIKLÓS
dékán

TÁJÉKOZTATÓ A MATEMATIKUS MESTERKÉPZÉSRŐL

Miért ajánljuk a Műegyetemi matematikus képzést?

A világ rangos műszaki egyetemeinek gyakorlatát követve és saját jó hagyományát felelevenítve, a Műegyetem Természet- és Társadalomtudományi Kara – az 1998-ban alakult Természettudományi Kar jogelődje – 1997-ben beindította a matematikus képzést. A képzést a Kar Matematika Intézete gondozza.

Olyan szakembereket képzünk, akik érzékenyek a gyakorlati problémák iránt és képesek alkotó módon felhasználni ismereteiket; akik, amellett, hogy a matematika elvont területein otthonosan mozognak, kommunikálni és együttműködni tudnak a matematikán kívüli szakemberekkel is. Az egyesült Európához tartozó, fejlődő magyar gazdaságnak nagy szüksége van ilyen szakemberekre. Matematikus képzésünk szervesen illeszkedik a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetemen folyó *alkalmazás-orientált* tudományos képzés széles spektrumába, mely a klasszikus mérnökképzés mellett felölel olyan matematikaigényes új területeket is, mint informatika, közgazdaságtudomány, anyagtudomány, gazdasági tervezés-elemzés, műszaki menedzsment, rendszerelmélet stb.

A matematikai **modellalkotás** és **elemzés** egyre inkább szerves részét képezi a műszaki, gazdasági és természettudományos tevékenység kreatív ágainak. E tevékenység jól képzett, invenciózus, mozgékony elméjű fiatal matematikusokat igényel. Az ilyen szakemberek iránti társadalmi igény látványosan növekszik.

A képzést döntően a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Természettudományi Karának Matematika Intézete tartja, amely a következő 5 tanszékből áll: Algebra Tanszék, Analízis Tanszék, Differenciálegyenletek Tanszék, Geometria Tanszék és Sztochasztika Tanszék.

A szak oktatásában a Matematika Intézet együttműködik a Villamosmérnöki és Informatikai Kar Számítástudományi és Információelméleti Tanszékével. A fent említett tanszékek a nevüknek megfelelő tudományterületek szerint szerveződtek. A legtöbb tanszék élén nemzetközileg is elismert, kimagasló tudományos teljesítményt nyújtó professzorok állnak. A vezetésük alatt álló tanszéken folyó kutatási munka a hazai és nemzetközi tudományos élet elismert központja. Kitűnő, és az utóbbi időben kétoldalú együttműködési szerződéssel szabályozott oktatási és kutatási kapcsolataink vannak a hozzánk tematikusan közel álló akadémiai intézetekkel (MTA Rényi Intézet, MTA SZTAKI).

A bolognai rendszerre való áttéréskor nagy hangsúlyt helyeztünk arra, hogy az osztatlan képzésben elért eredményeinket, jól bevált tantárgyainkat megőrizzük, és eközben kihasználjuk az új, többciklusú oktatási rendszer előnyeit is. Azokat az alapképzést befejező tehetséges hallgatókat várjuk a **Matematikus mesterszakra,** akik nagy elhivatottságot éreznek a matematika művelése iránt. A matematikus mesterképzési szakot végző hallgatók megismerkednek az algebra, analízis, diszkrét matematika, geometria, operációkutatás, számelmélet, valószínűségszámítás és matematikai statisztika alapvető eredményeivel, a matematika legfontosabb alkalmazási területeivel, és a szakma gyakorlásához szükséges informatikai ismeretanyaggal. A Matematikus mesterszakon végzett hallgatók elsősorban a matematikai alapkutatást végző intézményekben, egyetemeken és vállalatoknál tudnak elhelyezkedni. A végzés után részt vehetnek a kar Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskolájának képzésében is.

A kar saját – matematikus és fizikus – képzései esetében, a hagyományosnak tekinthető, ipari-akadémiai-egyetemi kutatói elhelyezkedési lehetőségek mellett meg kell említeni, hogy a fizikusokat és a matematikusokat világszerte egyre gyakrabban alkalmazzák „általános problémamegoldó”-ként (universal problem solver) és az Amerikai Fizikai Társulat (APS) ma már a fizikus szakot úgy propagálja, mint egy kaput a sokféle karrierlehetőséghez (Gateway for Multiple Career Choice). A széles természettudományos, matematikai, informatikai alapokon nyugvó, a bonyolult folyamatok lényegére törekvő modellezést, mint alapvető eszközt felhasználó flexibilis tudás bevethetősége igen sokrétű, a médiától a pénzügyi világig terjed. Ennek jelei Magyarországon is érzékelhetők már (pl. bank keres fizikusokat és matematikusokat árfolyamingadozás modellezésére).

A szakra vonatkozó szabályozásokat (pl. a záróvizsga letételének feltételeit, a diplomamunka elkészítését) a szak **tanrendje** tartalmazza. Az ütemes előrehaladás garanciája, ha a hallgatók a **mintatanterv** szerint veszik fel a tantárgyakat. Az egyes tantárgyak felvételéhez szükséges kötelező előismereteket az **előtanulmányi rend** tartalmazza. *Felhívjuk a figyelmet, hogy a következő információk tájékoztató jellegűek.* Kisebb kiigazító módosítások, kiegészítések a Hallgatói Képviselet, a Matematikus Szakbizottság és a Kari Tanács egyetértésével a tanulmányok során előfordulhatnak. A dokumentumok érvényes változata a kar honlapján olvasható.

A MATEMATIKUS MESTERKÉPZÉSI SZAK TANRENDJE

(1) A matematikus mesterképzési (MSc) szak képesítési és kimeneti követelményeit kormányrendelet tartalmazza.

(2) A szak Mintatantervét, az Előtanulmányi rendet és egy Adatlap mintát a jelen dokumentumhoz csatolt táblázatok tartalmazzák.

(3) A matematikus mesterképzésben minden hallgatónak van egy „mentora", aki a Matematika Intézet vezető oktatója, és feladata, hogy felügyelje a rábízott hallgató tanulmányi, szakmai előmenetelét.

(4) A specializációválasztás szabályai:
– A hallgató a szakra való felvételi jelentkezésekor jelentkezhet egy adott specializációra vagy specializáció nélküli képzésre.
– A választott specializációt a hallgató az Adatlapon rögzíti.
– A specializációválasztással kapcsolatos egyéni kérdésekkel vagy kérésekkel (pl. a specializációválasztás módosítása) a hallgatónak a Matematika Intézet titkárságán keresztül írásban a Matematikus Szakbizottsághoz kell fordulnia. E kérdések egyéni elbírálás alá esnek.
– Specializációváltoztatás félév közben nem lehetséges.

(5) A diplomamunka elkészítésének szabályai:

– A diplomamunka témákat minden tanév őszi szemeszterének 10. oktatási hete végéig a Matematika Intézet tanszékei, valamint a Számítástudományi és Információelméleti Tanszék meghirdeti.

A hallgatók diplomamunka-készítéssel kapcsolatos tevékenysége több szakaszra oszlik:

a) A mintatanterv szerinti 2. szemeszterben szerepel a Beszámoló c. tárgy, amely 0 kredit értékű és teljesítését a szak felelőse aláírással igazolja. A tárgyat akkor tekintjük teljesítettnek, ha
   – A hallgató a felvételi során megkövetelt alapképzésbeli tárgyak elvégzésével az előírt legalább 65 kreditet teljesítette.
   – A hallgatónak van elfogadott diplomatémája és témavezetője, amit az ezen Tanrend mellékletében szereplő Adatlapon minden érintett személy aláírásával igazolt.

b) A Diplomamunka előkészítés c. tárgy keretében kezdi meg a hallgató a diplomamunka készítését. Erre a tárgyra az osztályzatot a diplomatéma-vezető (külső témavezető esetén az ő javaslatára a belső konzulens) adja.

c) A matematikus MSc képzésben a diplomamunka elkészítése a Diplomamunka-készítés c. tárgy keretében történik. A tárgy félévközi osztályzatát a témavezető állapítja meg a dolgozat készítése során végzett hallgatói munkát értékelve. A diplomamunka beadásának és elbírálásának követelményeire nézve a BME Tanulmányi és Vizsgaszabályzatát (TVSZ) kell alkalmazni.

– A diplomamunkát két példányban és rövid tartalmi kivonatát öt példányban a pótlási hét pénteken déli 12 óráig a Matematika Intézetben kell leadni. A diplomamunkát és a kivonatot egyúttal elektronikusan is be kell küldeni a zv@math.bme.hu címre. A Diplomamunka-készítés c. tantárgy félévközi érdemjegyét a dolgozat készítése során végzett hallgatói munkát értékelve a témavezető állapítja meg.

– A diplomamunkáról a témavezető és egy a Matematika Intézet által felkért bíráló ír bírálatot.

– A bírálatokat írásban, egy héttel a kitűzött záróvizsga időpontja előtt kell eljuttatni a Matematika Intézetnek. Ezeket a hallgató minimum 5 nappal a záróvizsga előtt kézhez kapja. A bírálatokat és a rövid tartalmi kivonatot eljuttatják a záróvizsga bizottság tagjainak. A bíráló és a témavezető is írásban, a bírálattal elkülönítve javaslatot tesz az osztályzatra is.

(6) A záróvizsgára bocsátás feltételei:

– Záróvizsgára az a hallgató bocsátható, aki a (specializáció nélküli) képzés, ill. az adott specializáció mintatantervének megfelelő módon 120 kreditet összegyűjtött.

– A végbizonyítvány (abszolutórium) megléte (a BME TVSZ szerint), amelynek alapfeltétele a Mintatantervben előírt követelmények teljesítése.

– A záróvizsgára bocsáthatóság általános feltételeit, a határidőket és egyéb körülményeket a BME TVSZ tartalmazza.

(7) A záróvizsga lebonyolítása, tantárgyai:

– A záróvizsga a diplomamunka megvédéséből és azzal egyidejűleg, ugyanazon bizottság előtt tett szóbeli vizsgából áll.

– A szóbeli vizsga tantárgyait a választott specializáció, illetve a specializáció nélküli képzés képesítési követelményeinek megfelelően kell megválasztani. A vizsgatárgyakat és azok tematikáját a Matematikus Szakbizottság előterjesztése alapján a Matematika Intézet teszi közzé.

A diplomamunka osztályzatát a témavezető és a bíráló javaslata alapján, valamint a vizsgán elhangzottak figyelembe vételével a záróvizsga-bizottság állapítja meg.

A BME TVSZ szerint az oklevél eredményét a **(0,2*ZV + 0,3*D + 0,5*TÁ)** képlet szerint kell kiszámítani, ahol

a) **ZV**: a *záróvizsga*tantárgyak érdemjegyeinek átlaga két tizedesjegyre kerekítve;
b) **D**: a diplomamunkára a záróvizsga-bizottság által adott érdemjegy;
c) **TÁ**: a teljes tanulmányi időszakban megszerzett összes *kredit*re vonatkozó súlyozott tanulmányi átlag, két tizedes jegyre kerekítve;

– A záróvizsgák időpontjának kitűzése, a vizsgák megszervezése a BME TVSZ és a Tanulmányi Ügyrend rendelkezéseinek figyelembevételével a Matematika Intézet feladata.

– A záróvizsga-bizottságot lehetőleg úgy kell összeállítani, hogy a témavezető és a belső konzulens ne legyen a bizottság tagja.

– Különleges esetekben - a szakdolgozat elkészítésének felügyeletét ellátó tanszék ("anyatanszék") vezetőjének javaslatára a Kari Tanulmányi Bizottság engedélyezheti, hogy a témavezető vagy a belső konzulens a záróvizsga-bizottság tagja legyen.

– A záróvizsga menetének szabályai és követelményei az Egyetem Tanulmányi és Vizsgaszabályzatában, valamint a Képzési Kódexében vannak rögzítve.

(8) A tanrenddel kapcsolatos egyéb, itt nem szabályozott kérdésben döntési jogköre a BME TTK Kari Tanácsának, javaslattételi jogköre a Matematikus Szakbizottságnak van. A döntésekről a hallgatókat a kar Dékáni Hivatalán keresztül és/vagy elektronikusan kell értesíteni.

A MATEMATIKUS MESTERKÉPZÉSI SZAK MINTATANTERVE

SPECIALIZÁCIÓ NÉLKÜL					**kontaktóra per hét / kredit / vizsgák**
	I.	**II.**	**III.**	**IV.**	
Elméleti alapozás	**12/12/1v**	**4/4/1v**	**4/4/1v**	**0/0/0v**	**20/20/3v**
*Az **Elméleti alapozás** tárgyai a Matematika BSc szak tárgyai közül kerülhetnek ki. Ebből azoknak a hallgatóknak kell szükség és oktatói előírás szerint maximum 20 kreditnyit teljesíteni, akik nem a Matematika BSc szakon szerzett diplomával nyernek felvételt. Azok a hallgatók, akiknek az alapozó tárgyakból 20-nál kevesebb kreditnyi teljesíteni valójuk van, a fennmaradó kredit-keretet választható szakmai tárgyakkal töltik ki a kari honlapon található, az Elméleti alapozás kitöltéséről szóló szabályozás szerint. A **Szakmai törzsanyag + Differenciált szakmai ismeretek kiemelt témaköréhez** (blokkjához) (lásd alább) kapcsolódva az **Elméleti alapozás** részben kötelezően elvégzendő a következő BSc-s tárgy, ha korábban nem végezte el ezt (vagy vele ekvivalens tárgyat) a hallgató: [**ASz]:** Algebra 2, [**An]:** Parciális differenciálegyenletek, [**D]:** Kombinatorika és gráfelmélet 2, [**G]:** Differenciálgeometria 2, [**O]:** Konvex geometria, [**Sz]:** Sztochasztikus folyamatok. Ajánlott tárgyak továbbá: [**ASz]:** Csoportok és gyűrűk, [**An]:** Funkcionálanalízis 1, [**D]:** Gráfok és algoritmusok, [**G]:** Konvex geometria, [**O]:** Numerikus analízis, [**Sz]:** Valószínűségszámítás 2*					
Szakmai törzsanyag	**8/10/2v**	**8/10/1v**	**4/5/1v**	**4/5/1v**	**24/30/5v**
*A **Szakmai törzsanyag** részben az alábbi 6 témakör (blokk) közül legalább 4-ből kell tárgyakat választani („4-es szabály"), és az egyik témakör legalább 2 tárgyát el kell végezni. Ez utóbbi, ún. **kiemelt témakörből** a **Szakmai törzsanyag** részben és a **Differenciált szakmai ismeretek** részben összesen legalább 20 kreditet teljesíteni kell.*					
Algebra és számelmélet blokk [ASz]					
Kommutatív algebra és algebrai geometria			3/1/0/f/5		
Csoportelmélet		3/1/0/v/5			
Algebrai és aritmetikai algoritmusok			3/1/0/f/5		
Analízis blokk [An]					
Dinamikai rendszerek		**3/1/0/v/5**			
Fourier-analízis és függvénysorok	3/1/0/v/5				
Parciális differenciálegyenletek 2		3/1/0/f/5			
Diszkrét matematika blokk [D]					
Elméleti számítástudomány		3/1/0/f/5			
Algebrai és általános kombinatorika	3/1/0/f/5				
Kombinatorikus optimalizálás		**3/1/0/v/5**		3/1/0/v/5	
Geometria blokk [G]					
Differenciálgeometria és topológia	3/1/0/v/5				
Kombinatorikus és diszkrét geometria	3/1/0/f/5				
Projektív geometria			3/1/0/f/5		
Operációkutatás blokk [O]					
Lineáris programozás	3/1/0/v/5		**3/1/0/v/5**		
Nemlineáris programozás		3/1/0/v/5			
Játékelmélet	3/1/0/v/5				
Sztochasztika blokk [Sz]					
Bevezetés a sztochasztikus analízisbe				**3/1/0/v/5**	
Statisztika és információelmélet		**3/1/0/v/5**			
Többváltozós statisztika	**3/1/0/v/5**				
Differenciált szakmai ismeretek	**6/6/1v**	**10/12/2v**	**10/10/2v**	**10/12/2v**	**36/40/7v**
*A **Differenciált szakmai ismeretek** részben további két témakörből (blokkból) egyenként legalább 10-10 kreditet kell teljesíteni. Ebbe a 10-10 kreditbe beszámíthatóak a **Szakmai törzsanyag** részből az előírt 30 kredit felett teljesített kreditek is, ha azok a megfelelő témakörből (blokkból) kerülnek ki, és nem lettek felhasználva a fenti „4-es szabály" teljesítéséhez.*					
Algebra és számelmélet blokk [ASz]					
Gyűrűk és csoportok reprezentációelmélete				3/1/0/f/5	
Haladó lineáris algebra	2/0/0/v/3				
Homológikus algebra	2/0/0/f/2				
Algebrai számelmélet				2/0/0/v/3	
Analitikus számelmélet				2/0/0/f/2	
Mesterséges intelligencia logikai módszerei		2/0/0/v/3			

Analízis blokk [An]					
Mátrixanalízis			2/0/0/v/3		
Operátorelmélet	3/1/0/v/5				
Bevezetés a kvantum-információelméletbe			2/0/0/f/2		
Inverz szórás feladatok			2/0/0/v/3		
Disztribúcióelmélet és Green-függvények		2/0/0/v/2			
Numerikus módszerek 2 – Parciális differenciál-egyenletek				2/0/2/v/5	
Diszkrét matematika blokk [D]					
Algoritmusok és bonyolultságuk		3/1/0/f/5		3/1/0/f/5	
Gráfok, hipergráfok és alkalmazásaik				3/1/0/f/5	
Válogatott fejezetek az adattudományból				2/0/0/v/4	
Haladó gépi tanulás			2/0/0/v/4		
Geometria blokk [G]					
Bevezetés a Riemann-geomwtriába és a Morse-elméletbe		3/1/0/v/5			
Nem-euklideszi geometria	2/0/0/f/3				
Operációkutatás blokk [O]					
Sztochasztikus programozás		3/1/0/v/5			
Operációkutatási programrendszerek	0/0/2/f/2				
Globális optimalizálás				**3/1/0/f/5**	
Sztochasztika blokk [Sz]					
Markov-folyamatok és martingálok				**3/1/0/v/5**	
Határeloszlás- és nagy eltérés tételek		**3/1/0/v/5**			
Sztochasztikus modellek				**2/0/0/f/2**	
Haladó dinamikai rendszerek				**2/0/0/f/2**	
Statisztikai programcsomagok 2	**0/0/2/f/2**				
Nemparaméteres statisztika	**2/0/0/v/3**				
Idősorelemzések pénzügyi alkalmazásokkal			**2/0/0/f/3**		
Megerősítéses tanulás és Markov döntési folyamatok				**2/0/0/v/3**	
Egyéb tárgyak (mindegyik kötelező)					
Témalabor 1, 2		0/0/4/f/4	0/0/4/f/4		
Matematikai modellalkotás 1, 2	2/0/0/f/1		2/0/0/f/1		
Választható tárgyak	**0/0/0v**	**4/5/0v**	**5/5/0v**	**0/0/0v**	**9/10/0v**
Szabadon választható tárgyak		2/0/0/f/3 2/0/0/f/2	3/0/0/f/3		
Kötelezően választható társadalomtudományi vagy gazdaságtudományi tárgy			2/0/0/f/2		
Diplomamunka	**0/0/0v**	**0/0/0v**	**2/5/0v**	**8/15/0v**	**10/20/0v**
Beszámoló		0/0/0/a/0			
Diplomamunka előkészítés			0/2/0/f/5		
Diplomamunka-készítés				0/8/0/f/15	
ÖSSZESEN óra / kredit / vizsgák száma	**26/28/ 4v**	**26/31/ 4v**	**25/29/ 4v**	**22/32/ 3v**	**99/120/ 15v**

A tárgyak paraméterei: előadás / gyakorlat / labor / *vizsga* (v) vagy *félévközi jegy* (f) / kredit.
*E tárgyparaméterek **vastag** szedése angol nyelvű meghirdetésre utal az adott félévben.*

TANTÁRGYI PROGRAMOK

Szakmai törzsanyag: Algebra és számelmélet blokk

Kommutatív algebra és algebrai geometria, BMETE91MM01, 3/1/0/f/5

Zárt algebrai halmazok és koordinátagyűrűik, morfizmusok, irreducibilitás, dimenzió, Hilbert-féle Nullstellensatz, radikálideálok és részvarietások közti megfeleltetés. Monomiális rendezések, Gröbner-bázisok, Buchberger-algoritmus, számítások polinomgyűrűkben. Reguláris függvényektől a racionális leképezésekig, lokális gyűrű, kévék alapfogalmai, gyűrűzött terek. Projektív tér és részvarietásai, homogén koordinátagyűrű, morfizmusok, projektív varietás képe zárt. Geometriai konstrukciók: Segre- és Veronese-leképezések, Grassmann-varietások, pontból történő vetítés, felfújás. Affin és projektív varietások dimenziója, hiperfelületek. Sima varietások, Zariski-érintőtér, Jacobi-feltétel. Hilbert-polinom és Hilbert-függvény, példák, számítógépes kísérletek. Gyűrűk és modulusok alapfogalmai, láncfeltételek, szabad modulusok. Végesen generált modulusok, Cayley–Hamilton-tétel, Nakayama-lemma. Lokalizáció és tenzorszorzat. Modulusok szabad feloldásai, modulusok Gröbner-elmélete, számítások modulusokkal, a Hilbert-féle kapcsolat-tétel.

Irodalom:

A. Gathmann, Algebraic geometry, notes for a one-year course taught in the Mathematics International program at the University of Kaiserslautern (2003), http://www.mathematik.uni-kl.de/~gathmann/en/pub.html
I.R. Shafarevich: Basic Algebraic Geometry I.-II., Springer Verlag (1995)
M. Reid: Undergraduate Commutative Algebra, Cambridge University Press (1996)
R. Hartshorne: Algebraic Geometry, Springer Verlag (1977)
M.F. Atiyah, I.G. Macdonald: Introduction to commutative algebra, Addison Wesley Publishing (1994)

Csoportelmélet, BMETE91MM03, 3/1/0/v/5

Permutáciocsoportok, csoporthatások. Konjugáltság, normalizátor, cetralizátor, centrum, osztályegyenlet, Cauchy tétele. Csoport automorfizmusai, szemidirekt szorzat, koszorúszorzat. Csoportbővítések. Sylow-tetelek. Véges p-csoportok. Nilpotens, ill. feloldható csoportok. Véges nilpotens csoportok jellemzése. Transzfer, normál komplementumtételek. Szabad csoportok, definiáló relációk. Szabad Abel-csoportok. Végesen generált Abel-csoportok alaptétele, alkalmazások. Lineáris csoportok, klasszikus csoportok. A reprezentációelmélet elemei.

Irodalom:

P.J. Cameron, Permutation groups, LMS Student Texts 45, CUP 1999.
B. Huppert, Endliche Gruppen I. Springer 1967.
D. Gorenstein, Finite groups, Chelsea Publishing Company, 1980.
M. Aschbacher, Finite group theory, Cambridge Studies in Adv. Math. 10, CUP 2000.
D.J.S. Robinson, A course in the theory of groups, GTM 80, Springer 1996.
J.J. Rotman, An introduction to the theory of groups, GTM 148, Springer 1995.
B. Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes, Absztrakt algebrai feladatok, JATE TTK, JATEPress 1993.

Algebrai és aritmetikai algoritmusok, BMETE91MM08, 3/1/0/f/5

Alapvető módszerek: műveletek egész számokkal, polinomokkal, mátrixokkal. A véges Fourier-transzformáció és alkalmazásai, a bilineáris bonyolultság elemei. Kínai maradéktétel, moduláris aritmetika. Prímtesztelés. Algoritmusok egész számok felbontására és a diszkrét logaritmus-feladatra. Kriptográfiai alkalmazások. Polinomok hatékony felbontása véges testek és algebrai számtestek felett. Elliptikus görbék, alapvető algoritmusok, ezek alkalmazásai. Moduláris algoritmusok és interpoláció. Hermite, Cauchy, Padé approximáció. Gröbner bázisok.

Irodalom:
Iványi Antal: Informatikai algoritmusok (Algebra, Komputer algebra, Számelmélet fejezetek)

Szakmai törzsanyag: Analízis blokk

Dinamikai rendszerek, BMETE93MM02, 3/1/0/v/5

Folytonos és diszkrét idejű dinamikai rendszerek, folytonos versus diszkrét: követőfüggvény, diszkretizáció. Egyensúlyi helyzetek lokális elmélete: Grobman–Hartman lemma, stabil-instabil-centrális sokaság, Poincaré normálforma. Attraktorok, Ljapunov-függvények, LaSalle-elv, fázisportré. Strukturális stabilitás, egyensúlyi helyzetek/fixpontok és periodikus megoldások elemi bifurkációi, bifurkációs görbék biológiai modellekben. Sátor és logaritmikus függvények, Smale-patkó, szolenoid: topológiai, kombinatorikus, mértékelméleti tulajdonságok. Káosz a Lorenz-modellben.

Irodalom:
P. Glendinning: Stability, Instability and Chaos, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1994
C. Robinson: Dynamical Systems, CRC Press, Boca Raton, 1995
S. Wiggins: Introduction to Applied Nonlinear Analysis and Chaos, Springer, Berlin, 1988

Fourier analízis és függvénysorok, BMETE92MM00, 3/1/0/v/5

A trigonometrikus rendszer teljessége. Fourier-sorok. A Parseval képlet és alkalmazásai. Ortogonális függvényrendszerek, Legendre polinomok, Haar- és Rademacher-féle rendszerek. Bevezetés a waveletekbe, wavelet ortonormált rendszerek és alkalmazásaik. Integrálható függvények Fourier-transzformaciója.

Laplace-transzformáció és alkalmazásai. Fourier-sorok konvergenciája, Dirichlet-féle formula, Dini és Lipschitz konvergencia kritériumok. Fejér példája divergens Fourier sorra. Fourier-sorok összegezése, Fejér tétele, az Abel–Poisson-féle módszer.

Weierstrass approximációs tétele, Stone tétele és annak alkalmazásai. Legjobb megközelítés Hilbert-terekben, Müntz tétele a hézagos polinomok sűrűségéről.

Lineáris operátorokkal való közelités, Lagrange interpoláció, Lozinski–Harshiladze-tétel. A legjobb polinomapproximáció hibabecslése, Jackson tételei. Pozitív lineáris operátorok approximációs tulajdonságai, Korovkin tétele, Bernstein polinomok, Hermite–Fejér operátor. Bevezetés a spline-approximációba, B-spline-ok, spline-ok konvergencia-tulajdonságai.

Irodalom:
N.I. Ahijezer: Előadások az approximáció elméletéről, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1951
Szökefalvi-Nagy Béla: Valós függvények és függvénysorok, Tankönyvkiadó, Budapest, 1975
G. Lorentz, M.V. Makovoz: Constructive Approximation, Springer, 1996
M.J.D. Powell: Approximation Theory and methods, Cambridge University Press, 1981

Parciális differenciálegyenletek 2, BMETE93MM03, 3/1/0/f/5

A Laplace-operator Szoboljev térben (ismétlés a BSc anyag alapján). Másodrendű lineáris parabolikus egyenletek gyenge és erős megoldásai. Ritz–Galerkin approximáció. Lineáris operátorfélcsoportok (Evans és Robinson szerint). Reakció-diffúzió (kvázilineáris parabolikus) egyenletek gyenge és erős megoldásai. Ritz–Galerkin approximáció. Nemlineáris operátorfélcsoportok (Evans és Robinson szerint). Csak példákban: monotonitás, maximum-elvek, invariáns tartományok, egyensúlyi helyzet stabilitásának vizsgálata linearizálással, utazó hullámok (Smoller szerint). Globális attraktor. Inerciális sokaság (Robinson szerint).

Irodalom:
L.C. Evans: Partial Differential Equations, American Mathematical Society, Providence, 2002
J. Smoller: Shock Waves and Reaction-Diffusion Equations, Springer, Berlin, 1983
J.C. Robinson: Infinite-dimensional Dynamical Systems, Cambridge University Press, 2001

Szakmai törzsanyag: Diszkrét matematika blokk

Elméleti számítástudomány, BMETE91MM00, 3/1/0/f/5

A logikai programozás és gépi bizonyítas elméleti alapjai. Véges modellek és bonyolultság. Nem-klasszikus logikák a számítástudományban: temporális, dinamikus, program logikák. Rekurzív függvények és a lambda-kalkulus kapcsolata. Boole-algebrák, reláció algebrák és alkalmazásaik.

Fontosabb gépmodellek. Bonyolultságelméleti alapfogalmak, nevezetes idő és térosztályok. NP-teljesség. Randomizált számítások. Algoritmustervezési módszerek. Fejlett adatszerkezetek, amortizációs elemzés. Mintaillesztés szövegben. Adattömörítés.

Irodalom:
Carmen, T.H., Leiserson, C.E., Rivest: Algoritmusok, Műszaki Kiadó, 1999
Rónyai L., Ivanyos G., Szabó R.: Algoritmusok, Typotex, 2001
Ferenczi M.: Matematikai Logika, Műszaki Kiadó, 2002
Galton, A.: Logic for Information Technology, Wiley, 1990

Algebrai és általános kombinatorika, BMEVISZM020, 3/1/0/f/5

A Young-tablók kombinatorikája, tablógyűrűk, Pieri-formulák, Schur-polinomok, Kostka-számok. Robinson–Schensted–Knuth megfeleltetés. Littlewood–Richardson-számok és -tétel. Nevezetes szimmetrikus polinomok és generátorfüggvényeik, Cauchy–Littlewood formulák. A szimmetrikus polinomok alaptételének Garsia-féle általánosítása. Bázisok a szimmetrikus függvények gyűrűjében.

Fejezetek a kombinatorikus optimalizálás módszereiből: Mohó algoritmus, javító algoritmusok, matroid-elméleti alapfogalmak, matroid metszet algoritmus. Közelítő algoritmusok (pl.

halmazfedés, Steiner-fák, utazó ügynök probléma). Ütemezési algoritmusok (egygépes ütemezés, ütemezés párhuzamos gépekre, ládapakolás).

Irodalom:
William Fulton, Young Tableaux: With Applications to Representation Theory and Geometry (London Mathematical Society Student Texts) (Paperback), Cambridge Univ. Press, 1996
Richard P. Stanley: Enumerative Combinatorics I.- II., Cambridge University Press, 2001

Kombinatorikus optimalizálás, BMEVISZM029, 3/1/0/v/5

Gráfelméleti algoritmuscsaládok (legrövidebb út, párosítás, hálózati folyamok, a PERT-módszer) átismétlése, nevezetes NP-teljes feladatok a gráfelméletben (pontszínezés, független pontok maximális száma, maximális klikk-méret, Hamilton-kör és -út létezése, az utazó ügynök problémája, irányított köröket lefogó maximális halmazok) és rokon területeken (az egészértékű programozás alapfeladata, a többtermékes folyamprobléma). A lineáris programozás dualitás tételének alkalmazásai, egészértékű programozás, kombinatorikus optimalizálási feladatok, totális unimodularitás: maximális összsúlyú teljes párosítás (optimal assignment), minimálköltségű folyamprobléma egytermékes hálózatban. Matroidok definíciója, bázis, kör, rang, dualitás, minorok. Grafikus és koordinátázható matroidok, Tutte és Seymour tételei. Orákulumok, mohó algoritmus, k-partíció és 2-metszet algoritmus, a 3-metszet probléma, polimatroidok. Polinomrendű algoritmusokkal megoldható nevezetes műszaki problémák: a villamos hálózatok klasszikus elméletében (ellenálláshálózatok egyértelmű megoldhatósága, gráfok kör- és vágásmátrixainak tulajdonságai, általánosítás passzív és/vagy nonreciprok hálózatokra), a nagybonyolultságú áramkörök tervezésében (egyetlen pontsor huzalozása a Manhattan-modellben, csatornahuzalozás a különféle modellekben, az éldiszjunkt modell alkalmazása) és a rúdszerkezetek merevségével kapcsolatos kérdésekben (merevség, infinitezimális merevség, genetikus merevség, Laman tétele, Lovász és Yemini algoritmusa, a síkbeli rúdszerkezetek minimális számú csuklóval való lefogásának problémája, négyzetrácsok merevítésének kombinatorikus kérdései).

Irodalom:
Jordán T., Recski A., Szeszlér D.: Kombinatorikus optimalizálás, Typotex Kiadó, Bp, 2004

Szakmai törzsanyag: Geometria blokk

Differenciálgeometria és topológia, BMETE94MM00, 3/1/0/v/5

Sima sokaságok, differenciál-formák, külső deriválás, Lie-deriválás. Stokes tétele, de Rham-kohomológia, Poincaré-lemma, Mayer–Vietoris egzakt sorozat, Poincaré-dualitás. Riemann-sokaságok, Levi–Civitá konnexió, görbületi tenzor, állandó görbületű terek. Geodetikusok, exponenciális leképezés, geodetikus teljesség, a Hopf–Rinow tétel, Jacobi-mezők, a Cartan–Hadamard-tétel, Bonnet tétele.

Irodalom:
J.M. Lee: Riemannian Manifolds: an Introduction to Curvature, Graduate Texts in Mathematics 176, Springer Verlag
P. Petersen: Riemannian Geometry, Graduate Texts in Mathematics 171, Springer Verlag

J. Cheeger, D. Ebin: Comparison Theorems in Riemannian Geometry, North-Holland Publishing Company, Vol. 9, 1975
Szőkefalvi-Nagy Gy., Gehér L., Nagy P.: Differenciálgeometria, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979

Kombinatorikus és diszkrét geometria, BMETE94MM02, 3/1/0/v/5

Helly, Radon, Caratheodory tételek és alkalmazásaik, pontok konvex burkának algoritmikus előállítása, n-dimenziós Euler–Poincare formula konvex poliéderre.

Pontrendszerek átmérője (pontrendszer által meghatározott egyenlő hosszú szakaszok, azonos területű háromszögek maximális száma), Erdős–Szekeres tétel és következményei, szakaszok metszéspontjainak számáról, egyszerű sokszög triangulációja.

Brower fixpont tétel, Borsuk–Ulam tétel, Euler–Poincare formula szimpliciális komplexusra.

A rácsgeometria algoritmikus és bázisválasztási problémáiról: Minkowski, Hermite, Korkine–Zolotareff és Lovász redukciók, Dirichlet–Voronoi cellák és rövid vektorok. Kódelméleti alkalmazások.

Irodalom:
Szabó László: Kombinatorikus geometria és geometriai algoritmusok, Polygon, 2003
E.M. Patterson: Topology, Oliver and Boyd, Edinburgh and London,1956
P.M. Gruber – C.G. Lekkerkerker: Geometry of numbers, North-Holland Math. Lib. 1987
B. Grunbaum, Convex polytopes, John Wiley and Sons, 1967

Projektív geometria, BMETE94MM01, 3/1/0/f/5

Gyakorlati perspektíva és az ideális térelemek bevezetése. Harmonikus négyes. Projektív skála. Projektív összeadás, szorzás. Illeszkedési struktúrák. Projektív és affin síkok.

Galois-geometriák. Koordináta test jellemzése a Desargues-, Papposz–Pascal tétel alapján. Projektív koordináta-rendszer. A projektív geometria alaptétele és a kollineációk jellemzése (véges test, valós és komplex test felett). A lineáris algebra eszközeinek használata, n-dimenziós szférikus tér, projektív tér, affin tér. Kollineációk és polaritások osztályozása a Jordan-féle normálalak alapján. Projektív metrikák, euklideszi és nem-euklideszi terek áttekintése. A számítógépi megjelenítés projektív geometriai alapjai. 3-dimenziós és 4-dimenziós centrális vetítés a számítógép képernyőjén.

Irodalom:
M. Berger: Geometry I, II, Springer, 1994
H.S.M. Coxeter: Projective Geometry, Univ. of Toronto Press, 1974

Szakmai törzsanyag: Operációkutatás blokk

Lineáris programozás, BMETE93MM01, 3/1/0/v/5

Lineáris egyenletrendszerek megoldhatóságának kérdése és megoldása. Gauss-Jordán eliminációs módszer. Lineáris egyenlőtlenségrendszerek megoldhatósága. Alternatíva tételek, Farkas lemma és variánsai. Lineáris egyenlőtlenségrendszerek megoldása pivot algoritmusokkal. Konvex poliéderek. Minkowski tétel, Farkas tétel, Weyl tétel, Motzkin felbontási tétele.

A lineáris programozás feladata, példák lineáris programozási feladatra, grafikus szemléltetés. A lineáris programozási feladat megengedett megoldásának, bázis megoldásának fogalma, a szimplex módszer alap algoritmusa. A ciklizálás és annak kizárási lehetőségei: lexikografikus szimplex módszer, Bland szabály alkalmazása. Induló megengedett bázis keresése, a kétfázisú szimplex módszer. Az explicit bázisinverz és a módosított szimplex módszer. A lineáris programozás dualitás elmélete. Kiegészítő eltérések tételei. A duál szimplex módszer. Speciális lineáris programozási, illetve arra visszavezethető feladatok. Egyedi felső korlát technika. Érzékenységvizsgálat. A Dantzig-Wolfe dekompozíciós eljárás.
Lineáris programozás belsőpontos módszereire épített elmélete. Önduális feladat, szinthalmazok, centrális út létezése és egyértelműsége. Newton-irányok kiszámítása. Analitikus centrum, Sonnevend-tétele. Dikin-ellipszoid, affin skálázású belsőpontos módszer és polinomialitása. Tucker-modell, Tucker tétel. Pontos megoldás előállítása erősen polinomiális kerekítési eljárással.
Hacsián ellipszoid módszere. Karmarkar potenciálfüggvényes belsőpontos algoritmusa. Speciális belsőpontos algoritmusok.

Irodalom:
Illés Tibor: Lineáris optimalizálás elmélete és pivot algoritmusai, 2013.
Illés Tibor: Lineáris optimalizálás elmélete és belsőpontos algoritmusai, 2014.
A. Schrijver: Theory of Linear and Integer Programming, John Wiley, New York, 1986.

Nemlineáris programozás, BMETE93MM04, 3/1/0/v/5

Előkövetelmény: **Lineáris programozás**

1. Optimalitás feltételei: Elsőrendű szükséges feltételek (feltétel nélküli optimalizálás). Másodrendű szükséges + elégséges feltételek (feltétel nélküli optimalizálás). Konvex (és konkáv) függvények tulajdonságai, minimalizálás és maximalizálás. Ponthalmaz leképezések, zártság, összetett leképezések, globális konvergencia-tétel.

2. Vonal menti optimalizálás: Konvergencia-sebesség, Armijo szabály. Fibonacci, aranymetszés, Newton módszer vonal menti optimalizálásra. Görbe illesztéses algoritmusok, pontatlan vonal menti optimalizálás zártsága.

3. Feltétel nélküli optimalizálás: Legmélyebb leszállás algoritmusa, Kantorovich egyenlőtlenség, konvergenciasebesség. Newton módszer. Koordinátánkénti minimalizálás, konvergencia és zártság, távolságtartó lépések. Konjugált irányok, kiterjeszkedő alterek. Konjugált gradiens módszer, optimalitása. A részleges konjugált gradiens módszer, konvergenciasebesség. Nemkvadratikus problémák, Fletcher–Reeves, PARTAN Kvázi-Newton módszerek, legmélyebb leszállás és Newton módszer kombinációja.

Legkisebb négyzetek módszere, Gauss–Newton és Levenberg–Marquardt algoritmus

4. Feltételek melletti optimalizálás: Tangens sík, regularitás – feltételek karakterizálása. Elsőrendű szükséges feltételek. Másodrendű szükséges és elégséges feltételek. Primál módszerek, megengedett irányok (Zoutendijk).

Aktív halmaz stratégia, munkahalmaz, Langrange szorzók szerepe, érzékenység. Kuhn–Tucker tétel.

Gradiensvetítés, lineáris feltételek esetén, nemlineáris feltételek esetén. A redukált gradiens módszer. Büntető és korlát függvények módszerei. Lokális dualitás tétel. Duál és metszősík módszerek. Lineáris komplementaritási feladat. A kvadratikus programozási feladat és a komplementaritási feladat kapcsolata. Belsőpontos algoritmusok.

Irodalom:
D.G. Luenberger: Linear and Nonlinear Programming, 2nd ed. Addison Wesley, 1984.

M.S Bazaraa, H.D.Sherali, C.M.Shetty: Nonlinear Programming: Theory and Algorithms, John Wiley and Sons, New York, 1993.
E.deKlerk, C.Roos, T.Terlaky: Nemlineáris optimalizálás, Operációkutatás sorozat, No. 5., Aula kiadó.

Játékelmélet, BMETE93MMxx, 3/1/0/v/5

A tárgy bevezetést nyújt a játékelméletbe, különösen annak nem-kooperatív változatába. A játékelmélet olyan gazdasági, politikai, katonai stb. helyzeteket modellez, ahol több szereplő optimalizálja a célfüggvényét, amely értéke a többi szereplő döntésétől is függ. A játékelmélet napjainkban a közgazdaságtan alaptudományává válik, amely segítséget nyújt a monopol-helyzetek modellezéséhez, az optimális árverés rendszerének kidolgozásához és még sok más kérdés megválaszolásához. Az előadások szerkezete a következő: nem kooperatív játékelmélet, Nash egyensúly, tökéletes egyensúly, Bayes-i egyensúly.

Irodalom:
J. Tirole: The Theory of Industrial Organization, Chapter 11, MIT Press, Cambridge, MA. 1988

Szakmai törzsanyag: Sztochasztika blokk

Bevezetés a sztochasztikus analízisbe, BMETE95MMxx, 3/1/0/v/5

Bevezetés, ismétlés: Markov-folyamat, sztochasztikus félcsoport, infinitezimális generátor, martingál, megállási idő.

Brown-mozgás: Brown-mozgás fenomenologikus leírása, véges dimenziós peremeloszlások, és folytonosság. Wiener-folyamat konstrukciója, erős Markov tulajdonság. Rekurrencia, skálázás, idő megfordítás. Tükrözési elv és alkalmazásai. Trajektóriák majdnem biztos analitikus tulajdonságai: folytonosság, Hölder-tulajdonság, nem differenciálhatóság, kvadratikus variáció, szinthalmazok.

Folytonos martingálok: Definíció és jellemzés. Schwartz–Dubbins tétel. Exponenciális martingál.

Lévy-folyamatok: Független és stacionárius növekmények, Lévy–Hincsin formula és a folyamatok felbontása. Konstrukció Poisson pont folyamat segítségével. Szubordinátor folyamatok. Stabilis folyamatok. Példák és alkalmazások.

Sztochasztikus integrálás I.: Diszkrét sztochasztikus integrálás bolyongás szerint és diszkrét idejű martingál szerint. Alkalmazások, diszkrét Black–Scholes. Sztochasztikus integrálás Poisson-folyamat szerint. Diszkrét állapotterű Markov-folyamat martingáljai. Kvadratikus variáció, Doob–Meyer felbontás.

Sztochasztikus integrálás II.: Jósolható folyamatok és az Itô-integrál Wiener-folyamat szerint kvardatikus variáció folyamat. Doob–Meyer-felbontás. Itô-formula és alkalmazásai.

Irodalom:
K.L. Chung, R. Williams: Introduction to stochastic integration. 2nd ed. Birkauser, 1989
R. Durrett: Probability: Theory and Examples. 2nd ed. Duxbury, 1996
B. Oksendal: Stochastic Differential Equations. 6th ed. Springer, 2003
D. Revuz, M. Yor: Continuous martingales and Brownian motion. 3rd ed. Springer, 1999

G. Samorodnitsky & M. S. Taqqu: Stable Non-Gaussian Random Processes: Stochastic Models with Infinite Variance. Chapman and Hall, New York, 1994

Statisztika és információelmélet, BMETE95MM05, 3/1/0/v/5

Becslések és hipotézisvizsgálat többdimenziós paramétertérben: Fisher-információs-mátrix, likelihood-hányados-próba. Hipotézisvizsgálat többdimenziós Gauss-modellben: Mahalanobis-távolság, Wishart-, Hotelling-, Wilks-eloszlások. Lineáris becslések, Gauss–Markov-tétel. Regresszióanalízis, egy- és többszempontos varianciaanalízis, mint lineáris modell. ANOVA-táblázatok, Fisher–Cochran-tétel. Főkomponens- és faktoranalízis. Faktorok becslése és forgatása, hipotézisvizsgálatok a faktorok számára. Hipotézisvizsgálat és I-divergencia (diszkrét eset).

I-vetületek, exponenciális eloszláscsalád esetén a maximum likelihood becslés, mint I-vetület. A megfelelő I-divergencia-statisztika határeloszlása. Kontingenciatáblázatok analízise információelméleti módszerrel, loglineáris modellek. Információelméleti alapú statisztikai algoritmusok: iteratív arányos illesztés, EM-algoritmus. Maximális entrópia módszere.

Irodalom:
Bolla M., Krámli A.: Statisztikai következtetések elmélete, Typotex, Budapest, 2005
I. Csiszár, P. C. Shields: Információelmélet és statisztika. Oktatási segédanyag (angolul).

Többváltozós statisztika, BMETE95MM15, 3/1/0/v/5

Előkövetelmény: **Statisztikai programcsomagok 2** (párhuzamos felvétel v. korábbi telj.)

Többdimenziós Centrális Határeloszlás Tétel és alkalmazásai. A statisztikában használt véletlen mátrixok (Wishart-, Wigner-mátrixok) sűrűsége, spektruma és aszimptotikus eloszlása. Sajátértékekre és szinguláris értékekre vonatkozó szeparációs tételek alkalmazása a főkomponens-, faktor, kanonikus korreláció- és korrespondanciaanalízisben. Faktoranalízis, mint alacsony rangú reprezentáció, reprezentáció és metrikus klaszterező eljárások kapcsolata. Klas--szifikációs módszerek: diszkriminanciaanalízis, hierarchikus, k-közép és gráfelméleti módszerek a klaszteranalízisben. Gráfok spektruma és becsülhető paraméterfüggvényei.

Algoritmikus modellek, tanulóalgoritmusok. EM-, ACE-algoritmus, Kaplan–Meier-becslések. Újramintavételezési eljárások: bootstrap és jackknife. Adatbányászati alkalmazások, randomizált módszerek nagyméretű problémákra. A többváltozós statisztikai módszerek használatának és angol nevezéktanának elsajátítása egy programcsomag segítségével (SPSS vagy S+), output eredmények alkalmazásorientált elemzése.

Irodalom:
Bolla M., Krámli A.: Theory of statistical inference (in Hungarian), Typotex, Budapest, 2005
Mardia, K. V:, Kent, J. T., Bibby, J. M.: Multivariate Analysis, Academic Press, Elsevier Science, 1979, 2003

Differenciált szakmai ismeretek: Algebra és számelmélet blokk

---

Gyűrűk és csoportok reprezentációelmélete, BMETE91MM04, 3/1/0/f/5

Csoportalgebra, Maschke-tétel, Schur-lemma, Wedderburn–Artin-tétel. Karakterek, ortogonalitási relációk, indukálás, Frobenius-reciprocitás, Mackey tétele. Clifford-elmélet. Alkalmazások: Burnside-tétel, Frobenius-mag, karaktertáblák. A moduláris reprezentációelmélet elemei (blokkok, Brauer-karakterek, projektív felbonthatatlan karakterek). Felbonthatatlan modulusok. Krull−Schmidt−Azumaya-tétel. Modulus radikálja, feje, talpa. Brauer-gráf. Moduluskategóriák vizsgálata. Véges dimenziós algebrák reprezentációelmélete: az Auslander−Reiten-elmélet.

Irodalom:
I.M. Isaacs: Character theory of finite groups, Dover, 1994
G. Navarro: Characters and blocks of finite groups, Cambridge University Press, 1998
D.J. Benson: Representations and cohomology I., Cambridge Studies in Advanced Mathematics 30, Cambridsge University

Haladó lineáris algebra, BMETE91MM05, 2/0/0/v/3

Tenzorszorzat (Kronecker-szorzat), szimmetrikus és alternáló szorzat. Hom-funktor, adjungált funktorok, csoportreprezentációk konstrukciója lineáris algebrai eszközökkel. Differenciálformák és tenzorok a geometriában és fizikában. Normálforma elmélet számgyűrűk, illetve testek felett. Nilpotens és féligegyszerű endomorfizmusok, Jordan-Chevalley-felbontás. Nemnegatív elemű mátrixok, a Frobenius−Perron-elmélet alapjai. A szinguláris értékek szerinti felbontás (SVD) és alkalmazásai.

Irodalom:
V.V. Prasolov: Problems and theorems in linear algebra, AMS 1994
P.R. Halmos: Finite-dimensional vector spaces, Van Nostrand Princeton, 1958
Horváth Erzsébet: Lineáris algebra, Műegyetemi Kiadó, 1995

Homologikus algebra, BMETE91MM06, 2/0/0/f/2

Alapfogalmak: lánckomplexusok, egzaktság, homológiamodulusok, homotópia, műveletek lánckomplexusokkal, hosszú egzakt sorozat létezése, funktorok, 3x3-lemma, 5-lemma, kígyó-lemma, alkalmazások. Multilineáris algebra gyűrűk felett: Hom-funktor és tenzorszorzat, szimmetrikus és alternáló szorzat, direkt és inverz limesz, p-adikus számok, pro-véges csoportok, adjungált funktorok és féligegzaktság. Derivált funktorok: kohomologikus delta-funktorok, projektív és injektív modulusok, projektív, injektív és szabad feloldás, bal- és jobb oldali derivált funktorok. Tor és Ext: a Tor funktor kiszámítása Abel-csoportokra, lapos modulusok, Tor és Ext kiszámítása jól ismert gyűrűkre, Künneth-formulák, univerzális együttható tétel, gyűrűk homologikus dimenziója, kis dimenziós gyűrűk. Csoportok kohomológiája. Shapiro-lemma, Hilbert 90-es tétele véges Galois-bővítésekre, az első kohomológiacsoport, felfújás és megszorítás, transzfer. Spektrális sorozatok: spektrális sorozat definíciója, korlátosság, a Lyndon−Hochschild−Serre spektrális sorozat és alkalmazása csoportok kohomológiáinak kiszámítására.

Irodalom:
C. Weibel: Introduction to Homological Algebra, Cambridge University Press (1995)
J.J. Rotman: An Introduction to Homological Algebra, Springer Verlag (2007)
M. Scott Osborne: Basic Homological Algebra, Springer Verlag (2007)
S. Lang: Algebra, 4. kiadás, Springer Verlag (2005)

Algebrai számelmélet, BMETE91MM07, 2/0/0/v/3

Gauss-egészek és Lagrange tétele, valós kvadratikus testek és Pell-egyenletek. Algebrai számok, algebrai egészek. Algebrai számtestek, nyom és norma. Rácsok, rendek, egész-zártság, törtideálok. Dedekind-gyűrűk és ezek tulajdonságai, ideálok faktorizációja, faktorizáció bővítésekben. Bevezetés az értékeléselméletbe; algebrai számtestek értékelései. A Dirichlet-féle log-leképezés, Dirichlet egységtétele, Pell-egyenletek. Minkowski tétele rácsokra. Ideálok normája. Az osztálycsoport végessége. Körosztási testek egészeiről, a Fermat-tétel reguláris prím kitevőre. A Hasse-elv kvadratikus alakokra. Betekintés az osztálytest elméletbe.

Irodalom:
Lang S.: Algebraic Number Theory, Springer, 2000
Niven I., Zuckerman H.S., Montgomery H.L.: An Introduction to the Theory of Numbers, Wiley, 1991
Freud R., Gyarmati E.: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2000
Ireland K., Rosen M.: A Classical Introduction to Modern Number Theory, Springer, 1998

Analitikus számelmélet, BMETE95MM13, 2/0/0/f/2

A tárgy célja, hogy a matematika egy klasszikus fejezetének módszereivel, eredményeivel megismertesse a hallgatókat. Partíciók, additív problémák, reprezentációfüggvények. A generátorfüggvény-módszer. Additív reprezentációfüggvények átlagának közelítése: Erdős–Fuchs tétel. Háromtagú számtani sorozatot nem tartalmazó sorozatok sűrűsége. Hardy–Ramanujan-féle partíció-tétel. Waring-probléma. Dirichlet-sorok; L-függvények és gyökeik. A Prímszám-tétel bizonyítása.

Irodalom:
Donald J. Newman, Analytic Number Theory, Springer, 2000

Mesterséges intelligencia logikai módszerei, BMETE91MMXX, 2/0/0/v/3

A logika szerepe a mesterseges intelligenciában: hétköznapi gondolkodás formalizálása, tudásreprezentáció, tervezés. Tudásreprezentáció kijelentés és elsőrendű logikában. Praktikus elsőrendű logika, az elsőrendű logika variánsai és gyengítései: szemantikus hálók, leíró logikák, igazság -karbantartó rendszerek. Játékstratégiák és formális logika, játékok, mint keresési stratégiák. Modális logika: Kripke-szemantika, teljességi tételek, véges frame tulajdonság, eldönthetőség, temporális logika, dinamikus logika, elsőrendű modális logika. Modális logika egy alkalmazása: tudásról való érvelés többszereplős rendszerekben. A tervezés logikái: szituációkalkulus,eseménykalkulus. Bizonytalan tudás és következtetés: valószínűségi (induktív) logika, következtetések valószínűséggel, valószínűségi hálók, nem-monoton logika.

Irodalom:
R. Fagin, J.Y. Halpern, Y. Moses, M.Y Vardi: Reasoning About Knowledge, MIT Pr, 1995
R. Goldblatt: Logics of Time and Computation, 2nd ed, CSLI Publications, 1992
S. Russell, P. Norvig: Mesterséges intelligencia modern megközelítésben, PANEM, 2000

Differenciált szakmai ismeretek: Analízis blokk

Mátrixanalízis, BMETE92MM03, 2/0/0/v/3

Lineáris terek, lineárisan független vektorok, bázis, lineáris leképezések és mátrixuk. Belső szorzat, Hilbert-tér, ortonormált bázis. Normák a mátrixtereken. Önadjungált és unitér mátrixok. Mátrixok sajátvektorai, sajátértékek és szinguláris értékek, valamint a lokalizációjuk. Pozitív definit mátrixok és tulajdonságaik. Mátrixok tenzorszorzata és Hadamard-szorzata, Schur-lemma, ezeknek a szorzatoknak az alkalmazásai. Mátrixok függvényei, a rezolvens és az exponenciális függvény tulajdonságai, Lie–Trotter-formula. Mátrixfüggvények differenciálása. Egyenlőtlenségek: Mátrixmonoton és mátrixkonvex függvények, exponenciális, logaritmus- és hatványfüggvények. Blokkmátrixok tulajdonságai és használata. Mátrixok számtani és mértani közepe. Mátrixok alkalmazása lineáris differenciálegyenletek megoldására. Pozitív elemű mátrixok.

Irodalom:
Rajendra Bhatia: Matrix Analysis, Springer, 1997
Kérchy László: Bevezetés a véges dimenziós vektorterek elméletébe, Polygon, 1997
Petz Dénes: Lineáris analízis, Akadémiai Kiadó, 2002
Rózsa Pál: Lineáris algebra és alkalmazásai, Műszaki Könyvkiadó, 1976

Operátorelmélet, BMETE92MM05, 3/1/0/v/5

Hilbert terek alapfogalmait ismertnek feltételezzük. Zárt és lezárható operátorok, a zárt gráf tétel. A spektrálelmélet alapjai zárt operátorokra. Zárt szimmetrikus és önadjungált operátorok. Szimmetrikus operátor és önadjungált kiterjesztése. Hermitikus forma által definiált operátorok. Zárt normális operátorok.

Véges rangú és kompakt operátorok. Hilbert–Schmidt operátorok. Mátrix operátorok.

Integrálás spektrál mértékre vonatkozóan. Zárt önadjungált operátorok spektrálfelbontása és spektrumának tulajdonságai. Normális operátorok spektrálfelbontása.

Szimmetrikus operátorok kiterjesztései: defekt indexek és Cayley transzformáltak. Kiterjesztés a Hilbert tér bővítésével: Najmark tétele. Önadjungált kiterjesztések és spektrumaik. Analitikus vektorok. Önadjungált operátorok perturbációja. Scattering. Egyoldali eltolás operátora, Wold–Neumann felbontás. Kétoldali eltolás. Kontrakciók. Invariáns vektorok, kanonikus felbontás. Kontrakció izometrikus és unitér dilatációja.

Operátorok Banach terekben. Holomorf függvények és kontúrintegrálok. Holomorf függvénykalkulus korlátos, ill. zárt operátorokra. Kompakt operátorok. A Riesz–Schauder elmélet. Nöther és Fredholm operátorok. Operátor félcsoportok Banach terekben. Lineáris rendszerek operátorelméleti alapjai.

Banach algebrák. Spektrum. Holomorf függvénykalkulus. Ideálok. A Gelfand transzformáció. C*-algebra elemének spektruma. A Gelfand–Najmark kommutatív tétel. C*-algebrák reprezentációja.

Irodalom:
I. Gohberg, S. Goldberg, M.A. Kaashoek: Basic classes of linear operators. Birkhauser, Basel, 2003
J. Weidmann: Linear operators in Hilbert space. Springer, Berlin, 1980

M. Birman, M. Solomyak: Spectral theory of self-adjoint operators in Hilbert space. Leningrad, 1980 (in Russian. There is also an English translation of the book).

Bevezetés a kvantum-információelméletbe, BMETE92MM40, 2/0/0/f/2

1. Fizikai rendszerek statisztikai modellezése, konvexitás szerepe és értelmezése, tiszta és kevert állapotok fogalma. Véges-dimenziós klasszikus rendszerek leírása, tiszta állapotok és extremális mérések. 2. Véges-dimenziós komplex Hilbert-terek elméletének áttekintése, speciális operátorok, spektrálfelbontás, függvénykalkulus. Dirac-formalizmus. Nyom funkcionál és tulajdonságai. 3. Véges-dimenziós kvantumrendszerek leírása a Hilbert-tér formalizmusban: állapotok, POVM-ek, Born-szabály. Tiszta állapotok jellemzése, mérések extremális pontjainak jellemzése; összevetés a klasszikus esettel. Klasszikus rendszerek a kvantum formalizmusban. 4. Hilbert-Schmidt skalárszorzat, diszkrét Weyl-operátorok, Pauli operátorok, kvantum bit állapottere, spin mérés. 5. Valós kimenetű POVM-ek, várható érték és szórás. Mérések kompatibilitásának fogalma, kapcsolat a felcserélhetőséggel. 6. Összetett rendszerek leírása. Vektorterek, Hilbert-terek tenzorszorzata, tenzorszorzat univerzalitása, szorzatbázis. Kanonikus és természetes realizáció fogalma, példák. Operátorok tenzorszorzata. 7. Állapotok marginálisai, parciális nyom. Szorzat, szeparábilis, és összefonódott állapotok. Tiszta állapotok szeparabilitásának jellemzése. Schmidt-felbontás. 8. Choi-vektor és általánosított Choi-vektor fogalma, operátorok terének izomorfizmusa egy tenzorszorzat térrel. Maximálisan ös--szefonódott állapot fogalma, Bell-bázis. Állapotok purifikációja. 9. Állapotfejlődés matematikai leírása. Teljesen pozitív leképezések, Choi-Jamiolkowski izomorfizmus, Choi-mátrix. Teljesen pozitív leképezések ekvivalens jellemzései (Stinespring-dilatáció, Lindblad-reprezentáció), nyomtartóság karakterizációja. 10. Kvantum műszer fogalma, mérés utáni állapot, Naimark-dilatáció. Zárt és nyílt kvantumrendszerek leírásának összehasonlítása. 11. Zajmentes információtovábbítás d-dimenziós kvantumrendszerrel, szupersűrű kódolás, kvantum teleportáció. 12. Mérések megismételhetősége, kvantum kulcsmegosztás alapjai, BB84 protokoll. Állapotmásolás lehetetlensége (no cloning theorem).

Irodalom:

A.S.Holevo: Probabilistic and statistical aspects of quantum theory, North-Holland 1982
A.S.Holevo: Quantum Systems, Channels, Information, De Gruyter 2012
M.A. Nielsen, I. Chuang: Quantum Computation and Quantum Information, Cambridge University Press, 2000

Inverz szórási feladatok, BMETE92MM08, 2/0/0/v/3

A látás, a radar, az ultrahangos orvosi vizsgálat, a földkéreg szerkezetének kutatása, az elemi részecskék közti kölcsönhatások vizsgálata csak néhány példa inverz szórási feladatokra. A kurzus célja ezen problémák matematikai apparátusának bemutatása, bevezető jelleggel. A főbb témakörök:

Időfüggő felépítés: hullámoperátor, szórási operátor, szórásmátrix. Időfüggetlen felépítés: szórásamplitúdó, Lippmann–Schwinger egyenlet. Dirichlet-to-Neumann operátor, Sylvester–Uhlmann alaptétel. Akusztikus szórás, elektromágneses szórás. Egy- és háromdimenziós kvantumszórási feladatok. A kvantummechanikai soktest-probléma.

Irodalom:

V. Isakov, Inverse Problems for Partial Differential Equations, Springer, New York 1998
D. Yafaev, Scattering Theory: Some Old and New Problems, Springer, Berlin, 2000
D. Colton and R. Kress, Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory, Springer, Berlin 1998

M. Reed and B. Simon, Methods of Modern Mathematical Physics III: Scattering Theory, Academic Press 1979
K. Chadan and P. Sabatier, Inverse Problems in Quantum Scattering Theory, Springer 1989

Disztribúcióelmélet és Green-függvények, BMETE92MM22, 2/0/0/v/2

Általánosított függvény (disztribúció), reguláris disztribúció, disztribúció tartója, szorzása függvénnyel. Disztribúciók konvergenciája, simítás konvolúcióval. Temperált disztribúció. Fügvény nyoma egy tartomány határán. Függvényterek, beágyazási tételek. Fourier transzformáció: azonosságok, hatása L^2-n, az alapfüggvények terén, disztribúciókon és temperált disztribúciókon. Alapmegoldás másodrendű elliptikus egyenletre. Green operátor (rezolvens operátor) tulajdonságai Dirichlet, Neumann és Robin peremfeltételek esetén. Önadjungáltság, kompaktság. Kato-Rellich tétel önadjungált operátor perturbációjáról. Lényegében önadjungált operátorok. Alkalmazás Schrödinger operátorokra. Green-függvény: a rezolvens operátor magfüggvénye. Példák: egyváltozós Schrödinger operátor, többváltozós Laplace operátor. Kapcsolata az alapmegoldással. Szingularitás a főátló közelében. A spektrum részei. Spektrálsorfejtés sajátfüggvényekkel és általánosított sajátfüggvényekkel. Általánosított Fourier transzformált. A Schrödinger operátor diagonalizálása. Green-függvény felírása általánosított sajátfüggvényekkel.

Irodalom:
Gnädig Péter: Bevezetés a disztribúcióelméletbe és fizikai alkalmazásaiba, Tankönyvkiadó, 1981.
S. Mizohata: The Theory of Partial Differential Equations, Cambridge Univ. Press 1973.
V. Sz. Vlagyimirov: Bevezetés a parciális differenciálegyenletek elméletébe, Műszaki Könyvkiadó 1979.

Numerikus módszerek 2 – Parciális differenciálegyenletek, BMETE93MM13, 2/0/2/v/5

Elliptikus parciális differenciálegyenletek numerikus megoldási módszerei: véges differencia módszer, multigrid módszer, végeselem módszer. Időfüggő parciális differenciálegyenletek numerikus megoldási módszerei: végeselem és véges differencia módszerek parabolikus és hiperbolikus feladatokra, Ritz- és Galjorkin-típusú módszerek. Stabilitás. CFL feltétel, von Neumann analízis. Lax ekvivalencia tétele. Operátorszeletelési eljárások és alkalmazásaik. Parciális differenciálegyenletek és numerikus megoldási módszereinek alkalmazásai: Maxwell-egyenletek és numerikus módszerei, származtatott tőzsdei termékek árazása, szilárdságtani feladatok, hővezetési egyenlet és numerikus megoldásainak kvalitatív vizsgálata, légszennyezés-terjedési modellek.

Irodalom:
Stoyan Gisbert, Takó Galina: Numerikus módszerek III, Typotex 1997
Alfio Quarteroni, Riccardo Sacco, Fausto Saleri: Numerical Analysis, Springer 2000
Stoyan Gisbert: Matlab, Typotex 2005
A.Quarteroni, A.Valli: Numerical Approximation of Partial DifferentialEquations, Springer-Verlag, Heidelberg, 1994, SCM Series n. 23.

Differenciált szakmai ismeretek: Diszkrét matematika blokk

Algoritmusok és bonyolultságuk, BMEVISZM031, 3/1/0/f/5

A kódoláselmélet algoritmikus kérdései. Geometriai algoritmusok (legközelebbi pontpár, konvex burok meghatározása). Alapvető párhuzamos algoritmusok (PRAM-ek, Brent-elv a gyorsításra). Elosztott algoritmusok hibátlan esetben, egyezségre jutás, ill. ennek lehetetlensége különböző típusú hibák esetén (vonalhiba, leállás, Bizánci típusú hiba). Interaktív bizonyítások, IP=PSPACE. On-line algoritmusok. Paraméteres bonyolultság (korlátos mélységű keresőfák, a gráfminor tétel következményei, W[1]-teljesség). A kvantumalgoritmusok alapjai.

Irodalom:
T. Cormen, C. Leiserson, R. Rivest, C. Stein: Új algoritmusok, Scolar Kiadó, Budapest, 2003

Gráfok, hipergráfok és alkalmazásaik, BMEVISZM032, 3/1/0/f/5

Tutte tétel és Vizing tétel bizonyítása, alkalmazás az általános faktorproblémára, stabil párosítások, Gale−Shapley tétel. Dinitz probléma, listaszínezés, listaszínezési sejtés, Galvin tétel, síkgráfok listaszínezése, Thomassen és Voigt tételei. Hipergráfok bevezetése, nézőpontok: gráfok általánosításai, halmazrendszerek, 0-1 sorozatok halmazai. Gráfelméleti eredmények általánosítása: Baranyai tétel, Ryser-sejtés. Nevezetes extremális halmazelméleti eredmények: Sperner tétel, LYM egyenlőtlenség, Ahlswede−Zhang azonosság, Erdos−Ko−Rado tétel, Kruskal−Katona tétel. Ramsey tétele gráfokra és hipergráfokra, geometriai alkalmazások. Lineáris algebra alkalmazására példák: Páratlanváros tétel, Graham−Pollak tétel. További geometriai alkalmazások: Chvátal "art gallery" tétele, Borsuk sejtés Kahn−Kalai−Nilli féle cáfolata. Kombinatorikus optimalizálási feladatok poliéderes leírása, példák, perfekt gráfok politópos jellemzése.

Irodalom:
Berge, Claude: Gráfok és hipergráfok (angol nyelven) North-Holland Mathematical Library 6, 1976
Bollobás Béla: Kombinatorika– Halmazrendszerek, hipergráfok, vektorcsaládok és véletlen módszerek a kombinatorikában, (angol nyelven) Cambridge University Press, Cambridge, 1986

Válogatott fejezetek az adattudományból, BMETE93MM28, 2/0/0/v/4

Felügyelet melletti és felügyelet nélküli alap gépi tanulási módszerek áttekintése, módszerek kiértékelése. Kernel sűrűségfüggvény becslés, kernel módszer felügyelet melletti tanulásban. Kernel módszer felügyelet nélküli tanulásban. Support Vector Machine alkalmazások, R – kernlab csomag használata. Dimenzió csökkentő módszerek: lineáris illetve nem lineáris, autoencoder. Valószínűségi grafikus modellek I: Markov hálózatok és alkalmazások. Valószínűségi grafikus modellek II: Bayes hálózatok és alkalmazások. Hallgatók értékelése- saját feldolgozások- időszerű anyagok. Együttes eloszlások modellezése kopulák segítségével. Együttes eloszlások modellezése vine-kopulák segítségével. Szimulációs eljárások: nevezetes diszkrét illetve folytonos eloszlásokból származó minták számítógépes előállítási módszerei (egy és több dimenzióban); elfogadás-elvetés módszere, Gibbs mintavétel, fontosság szerinti mintavétel. Mély tanulás (Deep learning): konvoluciós neurális hálók; Recurrent NN, LSTM.

Irodalom:
Sugiyama, Masashi. Introduction to statistical machine learning. Morgan Kaufmann, 2015.
Hastie, Trevor, Robert Tibshirani, and Jerome Friedman. The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction. Springer Science & Business Media, 2009.

Haladó gépi tanulás, BMETE91MM20, 2/0/0/v/4

What are ML algorithms, how did they come about, where are they today, what to expect in 5-10 years. Computational foundations, societal impact. Refresher (test?) of basics of descriptive statistics, linear algebra, optimization, information theory. Data collection, standard data sets, repositories. Survey of major application domains: speech- and character recognition (ASR, OCR), (biometric) identification, pattern classification, ranking / recommendation, info extraction, info retrieval, natural language processing (NLP). Principal component analysis, linear discriminant analysis, max margin classifiers, data reduction, feature engineering. Maximum entropy methods, decision trees. Genetic/evolutionary methods, boosting. Nearest neighbor, tangent distance methods. Algorithmic information theory, Kolmogorov complexity, minimum description length. Hidden Markov Models (HMM), Viterbi, EM. Learning with multiple goals. Neural nets (NN), backpropagation.

Differenciált szakmai ismeretek: Geometria blokk

Bevezetés a Riemann-geometriába és a Morse-elméletbe, BMETE94MMxx, 2/0/0/f/3

Előkövetelmény: **Differenciálgeometria és topológia**

Differenciálható sokaságok. Homotópia. Lefedések. Riemann-felületek egyszerű tulajdonságai. Riemann-felületek differenciálgeometriája. Homológia, kohomológia. Holomorf differenciálformák Riemann-felületeken.

Nemeuklideszi geometria, BMETE94MM03, 2/0/0/f/3

A tárgy célja, hogy bemutassuk a klasszikus állandó görbületű nemeuklideszi geometriákat, azok modelljeit 2 és 3 dimenzióban, valamint betekintést adunk a relativitáselmélet geometriai vonatkozásaiba.

Hiperbolikus tér: modellek, és kapcsolataik (Cayley–Klein-, Poincaré-, féltér-, komplex-, vektormodell). d = 2: trigonometria, területszámítás, átdarabolhatóság, nem valós csúcsú háromszögek terület fogalma, számolások modellekben. Hiperbolikus sík diszkrét csoportjairól, Coxeter csoportok, kövezések. d = 3: Síkok gömbök, horoszférák, hiperszférák, ezek felírása. Poliéderek térfogatszámítása. Lobacsevszkij függvény, „Coxeter honeycombs”.

Szférikus tér: a hiperbolikus geometriában leírtak mintájára áttekintjük a d = 2, 3 dimenziós szférikus terek analóg kérdéseit.

Relativitáselmélet: A tér-idő lineáris geometrizálása 1 + 1 dimenzióban: Galilei tér-idő affin síkon, Gelilei-transzformáció és sebességösszeadás. Lorentz tér-idő és Minkowski-sík. Lorentz-transzformáció és sebességösszeadás, az időrövidülés problémája.

Tér-idő sokaság: Differenciálható sokaság és érintőterei (ismétlés), Riemann és pszeudo-Riemann sokaság. Tenzor-fogalom. Kovariáns deriválás és görbületi tenzor. Ricci-tenzor és az Einstein-egyenlet.

Schwarzschild megoldás: Merkur pálya-ellipszis elfordulása, fényelhajlás, vörös-eltolódás.

Irodalom:

Alekseevskij, D. V.; Vinberg, È. B.; Solodovnikov, A. S. Geometry of spaces of constant curvature. Geometry, II, 1–138, Encyclopaedia Math. Sci., 29, Springer, Berlin, (1993)
G. Horváth Á. – Szirmai J. Nemeuklideszi geometriák modelljei, Typotex, Budapest (2004)
Novobáczky Károly: A relativitás elmélete, Tankönyvkiadó, Bp. (1963)
R. Sachs – H. Wu: General Relativity for Mathematicians, Springer (1977)

Differenciált szakmai ismeretek: Operáció kutatás blokk

Sztochasztikus programozás, BMETE93MM05, 3/1/0/v/5

Statisztikai döntési elvek. Pétervári probléma, Bernoulli-elv és az újságárus probléma, holland gátmagasítási probléma, ‘safety first’ elv, Marschak döntési elv, a Bayes-i döntési elv, Markowitz elv, játékelmélet, Neumann János tétele.

Konvexitási tételek. A logkonkáv mértékek elmélete. Általános konvexitási tételek. Valószínűségi eloszlásfüggvények konkávitási és kvázi-konkávitási tételei.

Statikus sztochasztikus programozási modellek. Valószínűség maximalizálás. Egyedi, illetve együttes valószínűségi korlátokat tartalmazó sztochasztikus programozási feladatok elmélete és megoldási módszerei. Feltételes várható értéket tartalmazó modellek. Véletlen célfüggvényes modellek. Büntetéses sztochasztikus programozás elmélete és speciális esetekre vonatkozó megoldási módszerei: diszkrét eloszlás, egyenletes eloszlás esete.

Dinamikus sztochasztikus programozási modellek. Kétlépcsős sztochasztikus programozási feladat és matematikai tulajdonságai. Diszkrét valószínűségi vektorváltozóra vonatkozó kétlépcsős sztochasztikus programozási feladat megoldása bázis dekompozíciós módszerrel. A Wets-féle, ‘L-shaped’ megoldási módszer. A sztochasztikus dekompozíció és a feltételes sztochasztikus dekompozíció módszere. Sztochasztikus kvázi-gradiens módszerek. Többlépcsős sztochasztikus programozási feladatok. Bázis dekompozíció és ‘L-shaped’ megoldó módszer a többlépcsős sztochasztikus programozási feladatok esetében.

A sztochasztikus programozás néhány alkalmazása. Elektromos energia véletlen hatások melletti termelése és kapacitás bővítése. Erőművi megbízhatósági elemzések. Tó vízkészlet szabályozása. Tározók optimális irányítása. A PERT probléma. Pénzügyi modellek.

Irodalom:

Prékopa: Stochastic Programming, Kluwer Academic Publishers, Budapest, 1995

Operációkutatási programrendszerek, BMETE93MM06, 0/0/2/f/2

A tantárgy célja kettős: egyrészt hogy az operációkutatás egyszerűbb algoritmusai számítógépes kódjának az elkészítésével a hallgatók számítógépes programozói gyakorlatra tegyenek szert, másrészt hogy jártasságot szerezzenek a kész operációkutatási szoftverek használatában. A lineáris programozási feladatok standard leírási módja, az MPS adatformátum, illetve a legfontosabb algebrai modellezési nyelvek (GAMS, AMPL, AIMMS) és az azokhoz kapcsolt lineáris, egészértékű, nemlineáris és sztochasztikus programozási szoftverek (CPLEX, MINOS, SNOPT, LOQO, LGO) ismertetése.

Irodalom:
I. Maros: Computational Techniques of the Simplex Method, Kluwer Academic Publishers, 2003
J. D. Pintér: Global Optimization in Action, Continuous and Lipschitz Optimization: Algorithms, Implementations and Applications, Kluwer Academic Publishers, 1996

Globális optimalizálás, BMETE93MM00, 3/1/0/f/5

Feltétel nélküli optimalizálás: Optimalizálási feladat megoldásainak és algoritmusainak alapvető tulajdonságai: első- és másodrendű feltételek, konvexitás, globális konvergencia tétel, konvergencia sebesség. Alapvető iterációs módszerek: vonalmenti optimalizálás, megállási feltételek, gradiens módszer, Newton módszer, koordinátánkénti minimalizálás. Konjugáltlt gradiens módszerek: konjugált gradiens módszer, parciális konjugált gradiens módszer, párhuzamos érintők (PARTAN) módszer. Kvázi-Newton módszerek: inverz Hesse mátrix közelítése, Davidon–Fletcher–Powell módszer, a Broyden család, skálázás.
Feltételek melletti optimalizálás: Feltételek melletti optimum tulajdonságai: érintősíkok, első- és másodrendű feltételek, érzékenység vizsgálat. Primál módszerek: megengedett irány módszerek, aktív halmaz módszerek, vetített gradiens módszer, redukált gradiens módszer. Büntető és barrier függvények: alapvető tulajdonságok, megoldás Newton, konjugált gradiens és vetített gradiens módszerrel, egzakt büntető függvények. Duál és vágósík módszerek: globális és lokális dualitás, szeparálható feladatok, módosított Lagrange függvény, vágósík módszerek. Primál-duál módszerek: a primál-duál feladat, merit függvények, megoldás gradiens, Newton, és strukturált kvázi-Newton módszerekkel, belső pontos módszer logaritmikus barrierrel.

Irodalom:
D.G. Luenberger, Y. Ye: Linear and Nonlinear Programming, Springer, 2008.
M.S. Bazaraa, H.D. Sherali, C.M. Shetty: Nonlinear Programming: Theory and Algorithms, John Wiley & Sons., 2013.

Differenciált szakmai ismeretek: Sztochasztika blokk

Markov-folyamatok és martingálok, BMETE95MM07, 3/1/0/v/5

1. Martingálok: Ismétlés (Feltételes várható érték és toronyszabály, valószínűségi konvergencia-típusok és kapcsolataik, martingálok, megállított martingálok, Doob dekompozíció, kvadratikus variáció, maximál-egyenlőtlenségek, martingál konvergencia tételek, opcionális megállítás tétel, lokális martingálok). Martingálok konvergenciahalmazai, a négyzetesen integrál-

ható eset. Alkalmazások (pl. Gambler's ruin, urnamodellek, szerencsejáték, Wald-azonosságok, exponenciális martingál). Martingál CHT, alkalmazások. Höffding–Azuma egyenlőtlenség és alkalmazásai (pl. utazó ügynök probléma)
2. Markov láncok: Ismétlés (definíciók, állapotok osztályozása, stacionárius eloszlás, reverzibilitás, tranziencia-(null-)rekurrencia). Elnyelési valószínűségek. Martingálok alkalmazásai, Markov-lánc CHT. Markov-láncok és dinamikai rendszerek; ergodtételek Markov-láncokra. Bolyongások és elektromos áramkörök.
3. Felújítási folyamatok: Laplace transzformált, konvolúció. Felújítási folyamat, felújítási egyenlet. Felújítási tételek, regeneratív folyamatok. Stacionárius felújítás, felújítási paradoxon. Sorbanállási alkalmazások
4. Pontfolyamatok: Pontfolyamatok definíciója. Poisson pontfolyamat egy és több dimenzióban. Poisson folyamat transzformációi (jelölés és ritkítás, transzformálás függvénnyel, alkalmazások). Poisson pontfolyamatból származtatott pontfolyamatok
5. Diszkrét állapotterű Markov-folyamatok: Ismétlés (generátor, kapcsolat Markov-láncokkal, Kolmogorov előre és hátra egyenlet, állapotok osztályozása, tranziencia-(null-)rekurrencia, stacionárius eloszlás). Reverzibilitás, MCMC. Abszorbciós valószínűségek és elérési idők. Martingálok alkalmazásai (pl. ugró folyamatok kompenzátora). Markov-folyamatok és dinamikai rendszerek; ergodtételek Markov-folyamatokra. Lokálisan diszkrét állapotterű Markov-folyamatok: generátor tesztfüggvényeken

Irodalom:

S. Karlin, H.M. Taylor:: Sztochasztikus folyamatok. Gondolat Kiadó, 1985 Budapest
T. Lindvall: Lectures on the Coupling Method. Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 2002.
J.R. Norris: Markov chains. Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
S. Resnick: Adventures in Stochastic Processes. Birkhäuser Boston, 1992.
M. Rosenblatt: Markov processes. Structure and Asymptotic Behavior. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1971.
D. Williams: Probability with Martingales. Cambridge University Press, 1991.

Határeloszlás- és nagy eltérés tételek, BMETE95MM10, 3/1/0/v/5

Határeloszlás-tételek: Valószínűségi mértékek és eloszlások gyenge konvergenciája. Feszesség: Helly-Prohorov-tétel. Határeloszlás-tételek puszta kézzel: Tükrözési elv alkalmazása bolyongásra: Paul Lévy arcussinus tételei, maximum, lokális idő és első elérések határeloszlása. Független és azonos eloszlású valószínűségi változók maximumának határeloszlása, extremális eloszlások. Határeloszlás-tétel a szelvénygyűjtő (coupon collector) problémájára. Határeloszlás-tétel bizonyítása momentum-módszerrel. Határeloszlás-tétel bizonyítása karakterisztikus függvény módszerével. Lindeberg-tétel alkalmazásai. Erdős–Kac-tétel: CHT a prímosztók számára. Stabilis eloszlások. Szimmetrikus stabilis eloszlások karakterisztikus függvényeinek jellemzése. Konvergencia szimmetrikus stabilishoz. Alkalmazások. Általános (nem szimmetrikus) stabilis eloszlás karakterisztikus függvényének jellemzése, ferdeség. Határeloszlás-tétel nem szimmetrikus esetben.

Korlátlanul osztható eloszlások: Lévy–Hincsin-formula, Lévy-mérték. Poisson pont folyamatok és kapcsolatuk korlátlanul osztható eloszlásokkal. Korlátlanul osztható eloszlások mint széria-sorozatok határeloszlása.

Alkalmazások. Lévy-folyamatok – bevezetés: Lévy–Hincsin-formula és a folyamatok felbontása. Pozitív (növekvő, szubordinátor) és korlátos változású Lévy-folyamatok. Stabilis folyamatok. Példák és alkalmazások.

Nagy eltérés tételek: Bevezetés: Ritka események és nagy eltérések, nagy eltérés elv (LDP), nagy eltérések számolása puszta kézzel (Stirling-formulával). Kombinatorikus módszerek: Típusok módszere, Szanov-tétel véges abc-re.

Nagy eltérés tételek véges dimenzióban: Bernstein-egyenlőtlenség, Chernov-korlát. Cramer-tétel. Konvex analízis elemei, konvex konjugálás véges dimenzióban, Cramer tétel R^d-ben. Gartner–Ellis-tétel. Alkalmazások: nagy eltérés tételek bolyongásokra, véges állapotterű Markov-láncok trajektóriájának empirikus eloszlására, statisztikai alkalmazások.

Általános elmélet: Nagy eltérés elvek általában. Kontrakciós elv és Varadhan-lemma. Nagy eltérések topologikus vektorterekben, függvényterekben, absztrakt konvex analízis. Alkalmazások: Schilder-tétel, Gibbs feltételes mérték és statisztikus fizika elemei.

Irodalom:

A. Dembo, O. Zeitouni: Large deviation techniques and application. Springer, 1998
R. Durrett: Probability: theory and examples. Second edition. Duxbury, 1996
B.V. Gnedenko, A.N. Kolmogorov: Független valószínűségi változók összegeinek határeloszlásai
W. Feller: An introduction to probability theory and its applications. Vol.2. Wiley, 1970
D.W. Stroock: An introduction to the theory of large deviations. Springer, 1984
S.R.S. Varadhan: Large deviations and applications. SIAM Publications, 1984
D. Williams: Probability with martingales. Cambridge UP, 1990

Sztochasztikus modellek, BMETE95MM11, 2/0/0/f/2

Csatolásos módszerek (sztochasztikus dominancia, val. változók és folyamatok csatolásai, példák: átjárhatóság duális gráffal, optimalizálási problémák, kombinatorikus valószínűségi feladatok). Perkoláció (definíciók, korrelációs egyenlőtlenségek, dualitás, kontúr módszerek). Erősen függő perkoláció: Winkler perkoláció, kompatibilis 0-1 sorozatok. Statisztikus fizika alapjai (Gibbs mérték, néhány alapmodell). Kártyakeverések (teljesen kevert pakli, hányszor kell egy paklit megkeverni?). Véletlen gráfmodellek (Erdős–Rényi, Barabási–Albert; alapjelenségek). Bolyongások változatai: scenery reconstruction, self-avoiding és self-repelling bolyongás, loop-erased bolyongás, bolyongás véletlen közegben. Sorbanállási modellek és azok alaptulajdonságai; stacionárius eloszlás és reverzibilitás, Burke-tétel; sorbanállási rendszerek. Kölcsönható részecskerendszerek (simple exclusion tóruszon és végtelen rácson, egyensúlyi eloszlás, Palm-eloszlások, csatolások, egyéb rendszerek). Folytonos idejű Markov-folyamatok grafikus konstrukciója (Yule modell, Hammersley folyamat, részecskerendszerek). Önszerveződő kritikusság: homokszem-modellek (konstrukció kérdései, a dinamika kommutatív tulajdonsága, egyensúly véges térfogatban, korreláció hatványlecsengése). Stacionárius folyamatok lineáris elmélete: erősen és gyengén stacionárius folyamatok, spektrális tulajdonságok, autoregressziós és mozgó átlag folyamatok. Idősorok elemzése, hosszúmemóriájú folyamatok. Kockázati folyamatok modelljei.

Irodalom (válogatott fejezetek az alábbi – és további – művekből):

G. Grimmett: Percolation. Springer-Verlag, Berlin, 1999.
T. Liggett: Interacting Particle Systems. Springer-Verlag, Berlin, 2005.
T. Lindvall: Lectures on the Coupling Method. Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 2002.
H. Thorisson: Coupling, Stationarity, and Regeneration. Springer-Verlag, New York, 2000.
J. Walrand: An Introduction to Queueing Networks. Prentice Hall 1988
W. Werner: Lectures on Two-dimensional Critical Percolation, http://arxiv.org/abs/0710.0856
W. Werner: Random Planar Curves and Schramm–Loewner Evolutions,
http://arxiv.org/abs/math/0303354
O. Zeitouni: Lecture Notes on Random Walks in Random Environment, XXXI summer school in probability, St Flour, France, Volume 1837 of Springer's Lect. notes in Math.

Haladó dinamikai rendszerek, BMETE95MM12, 2/0/0/f/2

Előkövetelmény: **Dinamikai rendszerek VAGY Ergodelmélet és dinamikai rendszerek**

Szubadditív és multiplikatív ergodtételek. Lyapunov exponensek. Mértéktartó leképezések spektrális tulajdonságai. Shadowing lemma. Markov felbontások és konstrukcióik egyenletesen hiperbolikus rendszerekre. Perron–Frobenius operátor és spektruma. Doeblin–Fortet egyenlőtlenség. Hiperbolikus dinamikai renszerek sztochasztikus tulajdonsaágai. Kolmogorov–Sinai entrópia. Ornstein izomofia tétele (bizonyítás nélkül).

Irodalom:
M. Pollicott: Lectures on Ergodic thepry and Pesin Theory on compact manifolds, CUP, 1993
R. Bowen: Equilibrium states and the ergodic theory of Anosov diffeomorphisms. Springer LNM 470, 1975
M. Brin, G. Stuck: Introduction to Dynamical Systems. CUP, 2002

Statisztikai programcsomagok 2, BMETE95MM09, 0/0/2/f/2

Előkövetelmény: **Többváltozós statisztika** (párhuzamos felvétel, vagy korábbi teljesítés)

A kurzus célja a statisztika modern számítógépes eszközeinek áttekintése a szükséges elméleti háttér ismertetésével. SPSS használata programmódban. Felhasználói programrészletek írása. A programok outputjainak értelmezése (az ott fellépő statisztikák jelentése és angol elnevezése) és ennek megfelelően a paraméterek beállítása. S+ és R programcsomag használata és az SPSS-ben nem található új algoritmikus modellek áttekintése (bootstrap, jackknife, ACE). Konkrét alkalmazás: Egy konkrét adatrendszer részletes elemzése S+-ban.

Irodalom:
K. V. Mardia, J. T. Kent, M. Bibby: Többváltozós analízis, angolul, Academic Press, New York, 1979
Ketskeméty, L., Izsó, L., Bevezetés az SPSS programrendszerbe, ELTE Kiadó, Budapest, 2005
S+ vagy R Felhasználói útmutató (a programcsomaggal együtt letölthető)

Nemparaméteres statisztika, BMETE95MM20, 2/0/0/v/3

Sűrűségfüggvény-becslés: Eloszlásbecslés, L1 hiba. Hisztogram. Magfüggvényes becslés. Regressziófüggvény-becslés. Négyzetes hiba. Regbressziófüggvény. Partíciós, magfüggvényes, legközlebbi szomszéd becslés. Empirikus hibaminimalizálás. Alakfelismerés. Hibavalószínűség. Bayes döntés. Partíciós, magfüggvényes, legközelebbi szomszéd módszer. Empirikus hibaminimalizálás. Portfólió-stratégiák: Log-optimalitás, empirikus portfólió-stratégiák. Tranzakciós költség.

Irodalom:
L. Devroye, L. Györfi: Nonparametric Density Estimation: the, Wiley. Russian transl.: Mir, 1988
L. Devroye, L. Györfi, G. Lugosi: Probabilistc Theory of Pattern Recognition, Springer, 1996
L. Györfi, M. Kohler, A. Krzyzak, H. Walk: (2002) A Distribution-Free Theory of Nonparametric Regression, Springer, New York

Idősorelemzések pénzügyi alkalmazásokkal, BMETE95MM26, 2/0/0/f/3

ARMA modellek, fehét zaj, eltolás operátor és polinomjai, autókorreláció, keresztkorreláció, autókovariancia, alapvető reprezentáció, állapottér reprezentáció, ARMA modellek előrejelzése, impulzus-válasz függvény, stacionárius ARMA modell, vektor autóregresszió(VAR), Sims és Blanchard-Quah ortogonalizáció, szórásfelbontás, VAR állapottérben, Granger okozat, spektrál reprezentáció, spektrálsürüség, szűrők, szűrt sorok spektruma, szűrők konstruálása, Hodrick-Prescott szűrő, véletlen bolyongás, Beveridge-Nelson felbontás, Bayes-féle vektor autóregresszió (BVAR), Gibbs minták, kódolási gyakorlat és alkalmazásai pénzügyi valamint makroökonomiai adatokra.

Irodalom:
J.H. Cochran: Time Series for Macroeconomics and Finance,
Tusnády, Ziermann: Idősorok Elemzése,
J.D. Hamilton: Time Series Analysis.

Megerősítéses tanulás és Markov döntési folyamatok BMETE95MMxx, 2/0/0/v/3

Differenciált szakmai ismeretek: Egyéb kötelező tárgyak

Témalabor 1, 2, BMETE92MM01, 0/0/4/f/4, BMETE92MM02 0/0/4/f/4

A tárgy keretében a hallgató külső témavezető által meghirdetett, alkalmazás orientált sztochasztikus matematikát alkalmazó témán dolgozik, a témavezető irányításával. Minden félév végén beszámolót készít a hallgató az eredményeiről, melyet előadás formájában a társainak bemutat. A tárgy során begyakorolandó tevékenységek: irodalmazás, modellezés, számítógéppel segített feladatmegoldás, matematikai problémamegoldás.

Matematikai modellalkotás szeminárium 1, 2 BMETE95MM01, 2/0/0/f/1 BMETE95MM02, 2/0/0/f/1

A szeminárium célja rendszeres fórumot biztosítani alkalmazott matematikai eredmények, modellek és problémák bemutatására, és ezzel elősegíteni

(i) a Matematika Intézeten belül és szélesebb körben is, az alkalmazott matematikai ismeretek és kultúra elterjesztését;

(ii) fejleszteni egyfelől a Matematika Intézet oktatói és diákjai, másfelől más intézmények, intézetek (a BME több tanszékét, intézetét is ideértve), cégek, vállalatok matematika iránt fogékony munkatársaival való kapcsolattartást, együttműködést.

A szemináriumra hétről hétre meghívunk egy-egy előadót, aki a munkája során felmerülő matematikai problémáról beszél. Általában két típusú előadó van: matematikus, aki alkalmazott matematikusként dolgozik, illetve nem matematikus, de munkája során matematikai problémák merülnek fel. A korábbi évek gyakorlatához hasonlóan széles palettát kívánunk nyújtani a témákat illetően; előadókat hívunk meg a BME különböző tanszékeiről, a

SZTAKI-ból, bankokból, a távközlés területéről, és egyéb piaci cégtől (bővebben lásd a szeminárium honlapján: www.math.bme.hu/~gnagy/mmsz/mmsz.htm).

A hallgatóinknak előírjuk a matematikai modellalkotás szeminárium látogatását, hogy ezzel is plasztikus képet nyerjenek szakmájuk lehetséges alkalmazásairól. A szeminárium előadásai általában érthetőek lesznek ezen hallgatóink számára, akik ekkor már túl vannak az igen sokoldalú alapképzésen. Alkalmazott matematikai témáknál természetesen különösen fontos a problémafelvetés motivációja, a modellalkotás bemutatása és annak illusztrálása, a javasolt megoldás mennyire segít a felmerült problémában. Az előadások után a hallgatóknak lehetőségük van kérdéseikkel további ismereteket szerezni a bemutatott témáról, illetve az előadó munkásságáról.

Az előadások egy másik célja, hogy az érdeklődő hallgatók esetleg valamilyen formában bekapcsolódhatnának a munkába, ezzel is elősegítve a hosszabbtávú érvényesülésüket, hogy az egyetem elvégzése után könnyebben jussanak álláslehetőséghez.

Diplomamunka

Beszámoló, BMETE90MM90, 0/0/0/a/0

A tárgyat akkor tekintjük teljesítettnek (aláírás akkor adható), ha

– a hallgató a felvételi során megkövetelt alapképzésbeli tárgyak elvégzésével az előírt legalább 65 kreditet teljesítette.

– a hallgatónak van elfogadott diplomatémája és témavezetője.

Diplomamunka előkészítés, BMETE90MM98, 0/2/0/f/5

Előkövetelmény: **Beszámoló**

A diplomamunka a matematikushallgatóknak a témavezető irányításával elért önálló kutatási, kutatás-fejlesztési eredményeit tartalmazó írásbeli beszámoló (dolgozat).

A Diplomamunka 1 tárgy keretében a hallgató összegyüjti mindazokat az információkat és matematikai eredményeket, amelyek a diplomamunka megírásához szükségesek.

Diplomamunka-készítés, BMETE90MM95, 0/8/0/f/15

Előkövetelmény: **Diplomamunka előkészítés**

A tárgy keretében a hallgató megírja a diplomamunkáját.

A hallgató a dolgozatban mutassa be a vizsgált témát, fejtse ki a problémákat, és részletesen ismertesse eredményeit. A munkának a matematikus tanulmányok ismeretanyagára kell épülnie és a szerző önálló, saját munkája legyen.

A diplomamunkának arról kell tanúskodnia, hogy a hallgató az egyetemi tanulmányai során szerzett matematikai ismereteit, képességeit a gyakorlati életben vagy az elméleti kutatásokban egy több hónapra kiterjedő munka folyamán önállóan tudja alkalmazni oly módon, hogy a megoldandó problémát felismeri, a megoldáshoz vezető út nehézségeivel megbirkózik, a megfelelő színvonalú megoldást megtalálja, és azt mások számára érthetően leírja. A dolgozat legyen tömör, de a témában nem járatos matematikus olvasó számára is érthető.

A záróvizsga két részből áll:

1. A hallgató a záróvizsga első részében ismerteti diplomamunkáját, válaszol a témavezető, a bíráló, illetve a Záróvizsga Bizottság által feltett kérdésekre, kifogásokra, hozzászólásokra. A diplomamunka osztályzatát a témavezető és a bíráló javaslata alapján, valamint a vizsgán elhangzottak figyelembevételével a Záróvizsga Bizottság állapítja meg.

2. A záróvizsga második részében a hallgató szóbeli vizsgát tesz az általa választott záróvizsga témakörökből, amelyek megfelelnek a matematika nagy szakterületeinek. Ezek tematikáját a Matematikus Szakbizottság hagyja jóvá.

A záróvizsga menetének szabályai és követelményei az Egyetem Tanulmányi és Vizsgaszabályzatában, illetve Képzési Kódexében vannak rögzítve.

A TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR VEZETÉSE ÉS HALLGATÓI KÉPVISELETE

A Dékáni Hivatalának címe:	1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3. K. épület I. em. 18.
Dékán:	DR. HORVÁTH MIKLÓS egyetemi tanár
Dékánhelyettesek:	
Gazdasági:	DR. VARGA IMRE egyetemi docens
Nemzetközi és tudományos:	DR. KÁROLYI GYÖRGY egyetemi tanár
Oktatási:	DR. PROK ISTVÁN egyetemi docens
Dékáni Hivatal:	
Hivatalvezető:	ADAMIS VIKTÓRIA
Titkárság:	Telefon: 463-3561, Fax: 463-3560
Gazdasági csoport:	Telefon: 463-3756
Tanulmányi csoport:	Telefon: 463-1919
Kari Hallgatói Képviselet	
Elnök:	GERNER ALEXANDRA
Cím:	1111 Budapest, Irinyi J. u. 9-11, Kármán Tódor Kollégium F013.
Telefon:	06-20-435-2482
E-mail:	hk@wigner.bme.hu
Web:	http://hk.wigner.bme.hu
Kari lap: *Pikkász:*	
Főszerkesztő:	SCHMIDT BEÁTA
Szerkesztőség:	1111 Budapest, Irinyi J. u. 9-11, Kármán Tódor Kollégium F013.
E-mail:	pikkasz@lists.ktk.bme.hu
Web:	http://karilap.blogspot.com

A TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR INTÉZETEI ÉS TANSZÉKEI

Fizikai Intézet – igazgató: DR. ZARÁND GERGELY, egyetemi tanár
1111 Budapest, Budafoki út 8. F épület, III. lh., mf. 5.
Telefon: 463-4107, Fax: 463-3567

Atomfizika Tanszék – tanszékvezető: DR. KOPPA PÁL egyetemi tanár
1111 Budapest, Budafoki út 8. F épület, III. lh., mf. 44.
Telefon: 463-4193, Fax: 463-4194

Elméleti Fizika Tanszék – tanszékvezető: DR. SZUNYOGH LÁSZLÓ egyetemi tanár
1111 Budapest, Budafoki út 8. F épület, III. lh., mf. 5.
Telefon: 463-4107, Fax: 463-3567

Fizika Tanszék – tanszékvezető: DR. HALBRITTER ANDRÁS egyetemi docens
1111 Budapest, Budafoki út 8. F épület, III. lh., II. em. 16.
Telefon: 463-2312, Fax: 463-4180

Kognitív Tudományi Tanszék – tanszékvezető: DR. BABARCZY ANNA egyetemi docens
1111 Budapest, Egry József utca 1. T épület, V. em. 506.
Telefon: 463-1273, Fax: 463-1072

Matematika Intézet – igazgató: DR. G. HORVÁTH ÁKOS egyetemi tanár
1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, III. em. 312.
Telefon: 463-2762, Fax: 463-2761

Algebra Tanszék – tanszékvezető: DR. NAGY GÁBOR PÉTER, egyetemi tanár
1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, V. em. 504.
Telefon: 463-2094, Fax: 463-1780

Analízis Tanszék – tanszékvezető: DR. HORVÁTH MIKLÓS egyetemi tanár
1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, II. em. 25.
Telefon: 463-2324, Fax: 463-3172

Differenciálegyenletek Tanszék – tanszékvezető: DR. ILLÉS TIBOR egyetemi docens
1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, IV. em. 42.
Telefon: 463-2140, Fax: 463-1291

Geometria Tanszék – tanszékvezető: DR. G. HORVÁTH ÁKOS egyetemi tanár
1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, II. em. 22.
Telefon: 463-2645, Fax: 463-1050

Sztochasztika Tanszék – tanszékvezető: DR. SIMON KÁROLY egyetemi tanár
1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, V. em. 507.
Telefon: 463-1101, Fax: 463-1677

Nukleáris Technikai Intézet – igazgató: DR. CZIFRUS SZABOLCS egyetemi docens
1111 Budapest, Műegyetem rkp. 7-9. R épület, III. em. 317/2/B
Telefon: 463-2523, Fax: 463-1954

Atomenergetika Tanszék – tanszékvezető: DR. CZIFRUS SZABOLCS egyetemi docens
1111 Budapest, Műegyetem rkp. 7-9. R épület, III. em. 317/2/B
Telefon: 463-2523, Fax: 463-1954

Nukleáris Technika Tanszék – tanszékvez.: DR. SZIEBERTH MÁTÉ egyetemi docens
1111 Budapest, Műegyetem rkp. 7-9. R épület, III. em. 317/2/B
Telefon: 463-2523, Fax: 463-1954