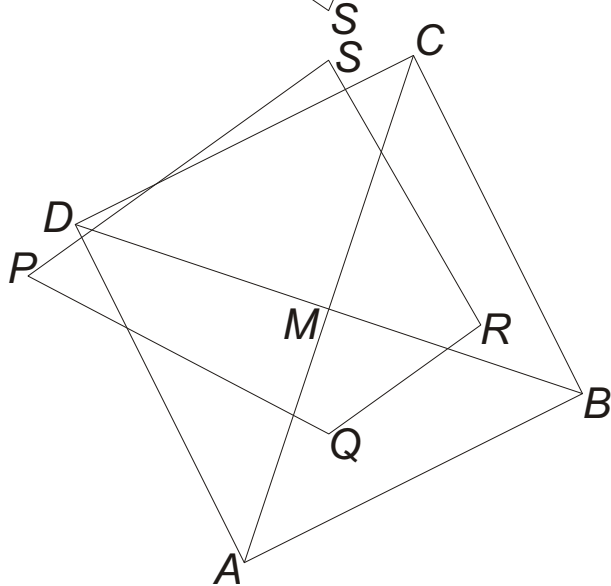
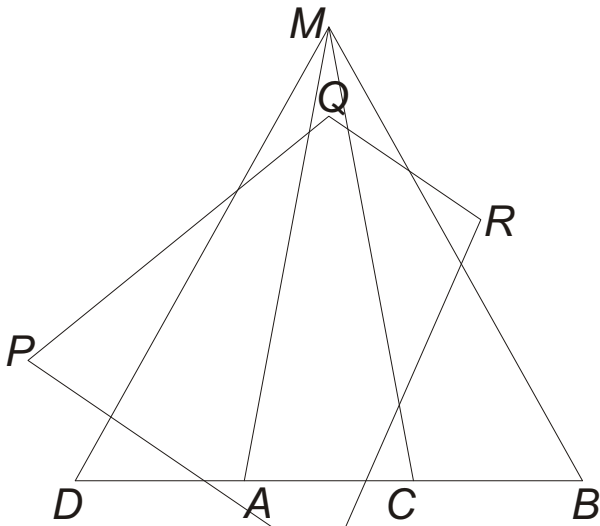
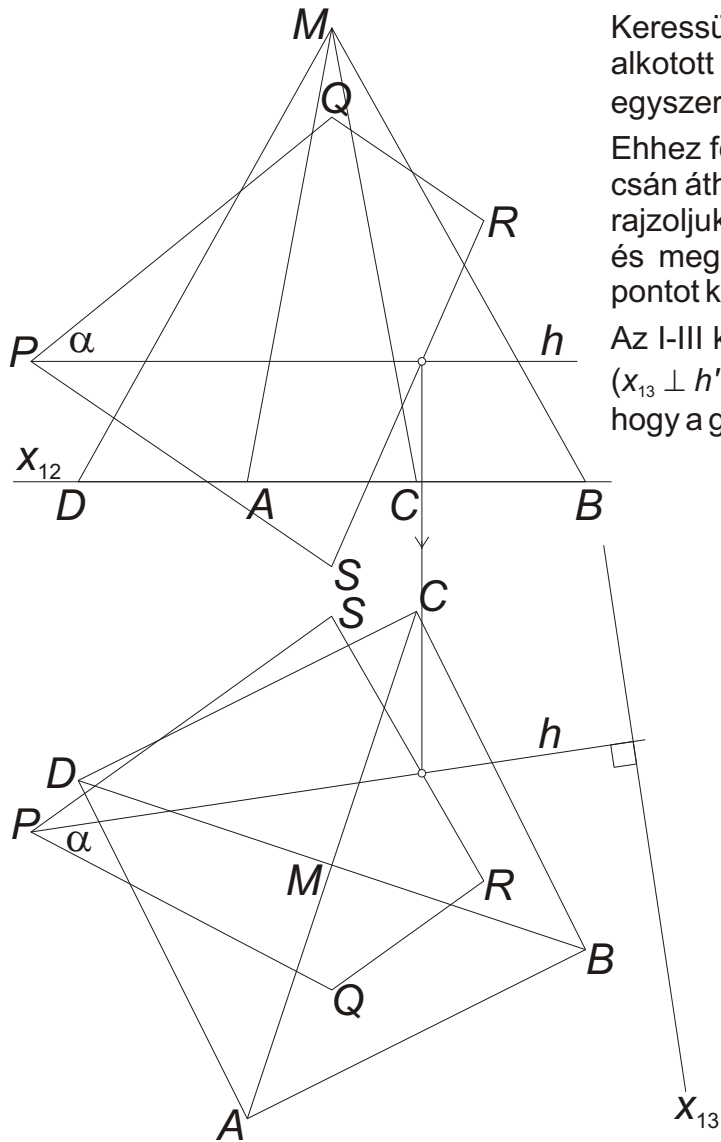


POLIÉDER SÍKMETSZETE

**Szabályos négyoldalú gúla
és általános síkra illeszkedő
trapézlemez metszete**

Adott az $ABCDM$ szabályos négyoldalú gúla, amelynek $ABCD$ alaplapja első fősíkra illeszkedik. Adott továbbá a $PQRS$ trapézlemez. Szerkesszük meg a gúla és a síklemez metszetét. Tüntessük föl a láthatóságot feltéve, hogy a test tömör, és az átlátszatlan lemez a helyén marad.

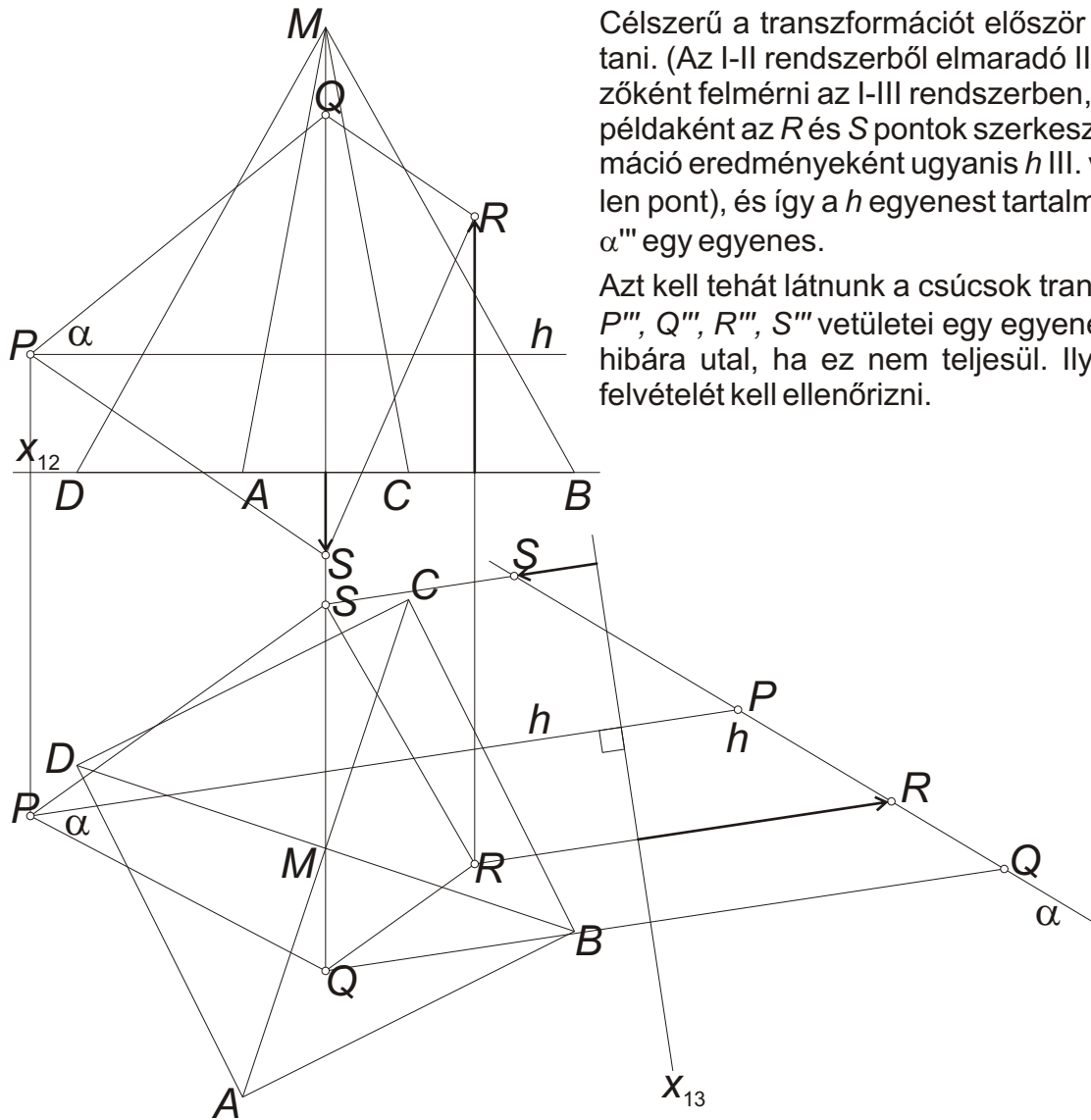




Keressük a lemez *teljes* síkjának, α -nak a poliéder felületével alkotott metszésvonalát, a *metszetspoligont*. A poligon csúcsait egyszerűen megkaphatjuk, ha α -t vetítésíkká transzformáljuk.

Ehhez felvesszük a sík egy I. fővonalát, pl. a trapézlemez P csúcán áthaladó h fővonalat. (h'' -t a rendezők irányára merőlegesen rajzoljuk, majd leolvassuk a lemez RS élén lévő metszéspontot, és megkeressük annak I. képét. Az egyenes h' vetülete ezt a pontot köti össze P' -vel.)

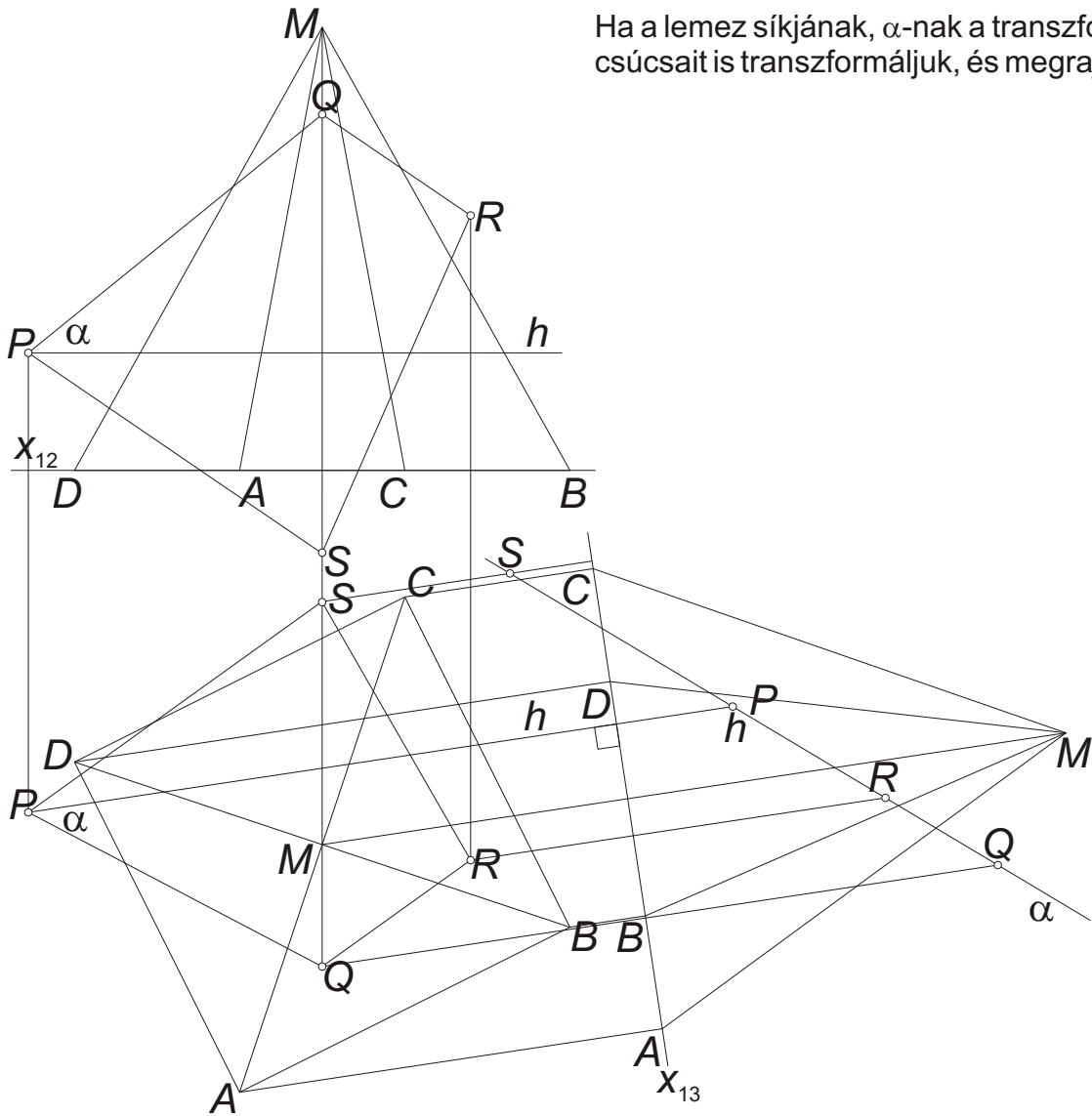
Az I-III képsíkrendszer x_{13} tengelyét h' -re merőlegesen jelöljük ki ($x_{13} \perp h'$), az I-II rendszer x_{12} tengelyét pedig pl. úgy vesszük föl, hogy a gúla alaplapja az I. képsíkon legyen.



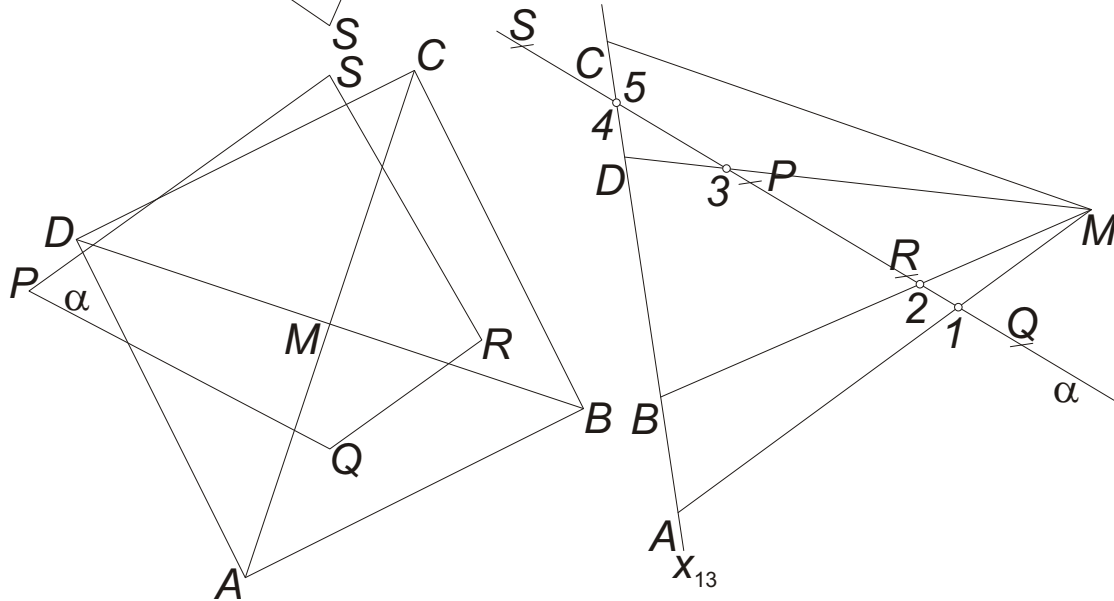
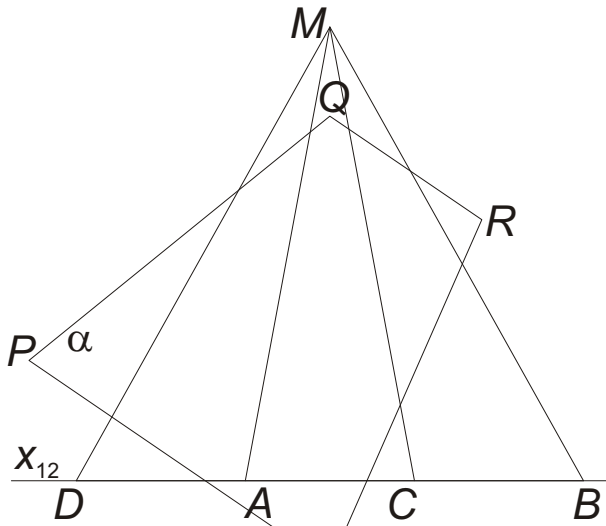
Célszerű a transzformációt először a lemez csúcsaira végrehajtani. (Az I-II rendszerből elmaradó II. rendezőket kell új III. rendezőként felmérni az I-III rendszerben, ügyelve azok irányítására is: példaként az R és S pontok szerkesztését emeltük ki.) A transzformáció eredményeként ugyanis h III. vetítőegyenes lesz (h''' egyetlen pont), és így a h egyenest tartalmazó α sík III. vetítősík, vagyis α''' egy egyenes.

Azt kell tehát látnunk a csúcsok transzformálása után, hogy azok P''' , Q''' , R''' , S''' vetületei egy egyenesre (α''' -re) illeszkednek. Így hibára utal, ha ez nem teljesül. Ilyenkor általában a h fővonal felvételét kell ellenőrizni.

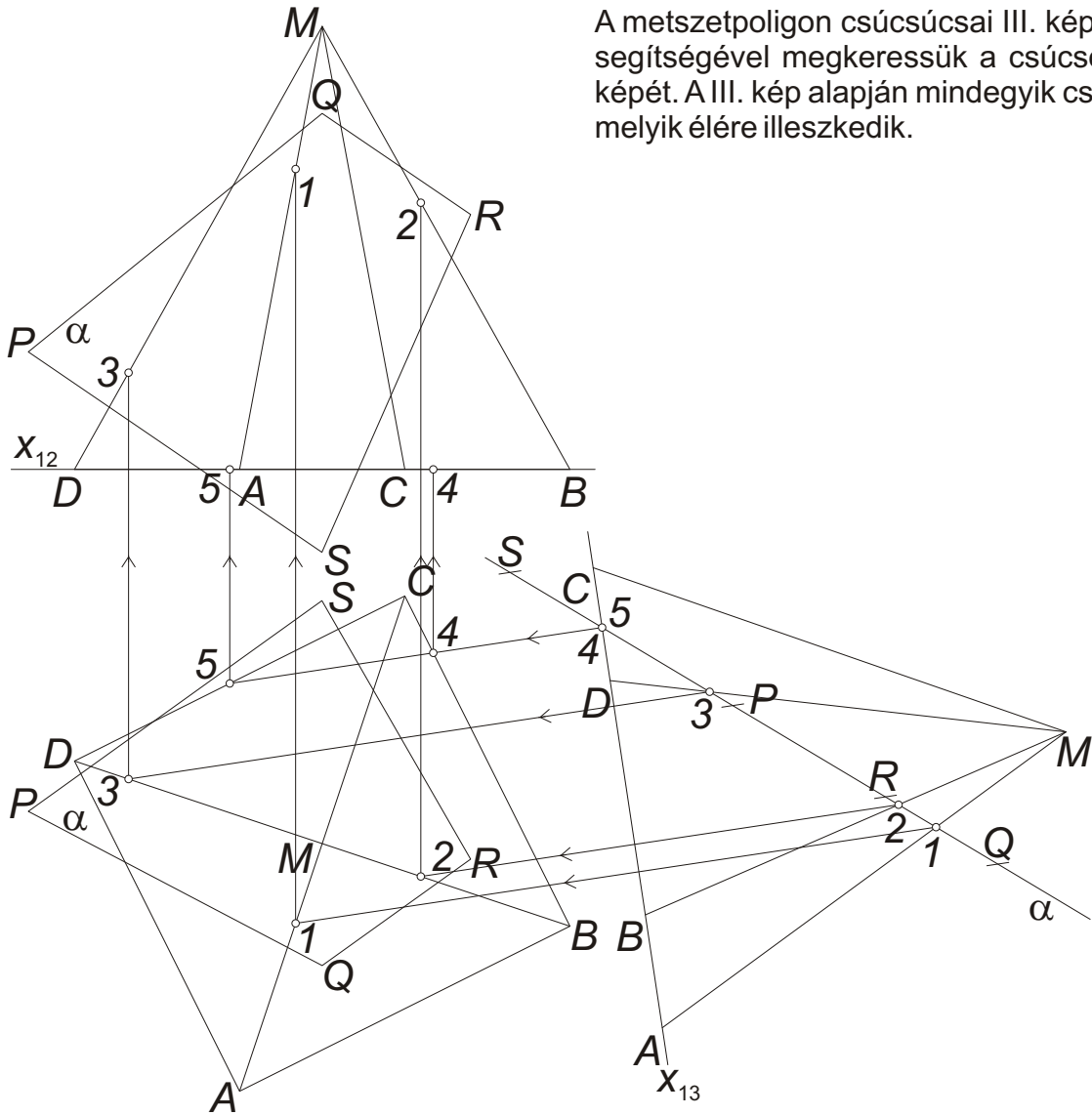
Ha a lemez síkjának, α -nak a transzformálása helyes, akkor a test csúcsait is transzformáljuk, és megrajzoljuk éleinek vetületét.

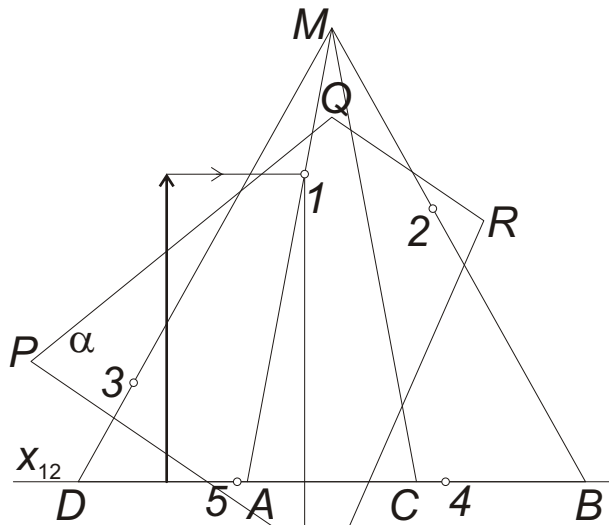


A metszetpoligon csúcsait a test élei metszik ki az α síkból. Az MA , MB , MD éleken közvetlenül leolvashatjuk rendre az 1, 2, 3 csúcsokat. Ügyelni kell viszont a III. vetítősíkra illeszkedő alaplap éleire, amelyeknek vetületei egy egyenesre esnek. Vegyük észre ugyanis, hogy a CB és a CD él is metszi α -t, így ott a metszetpoligonnak két csúcsát kapjuk: $4''' \equiv 5'''$.



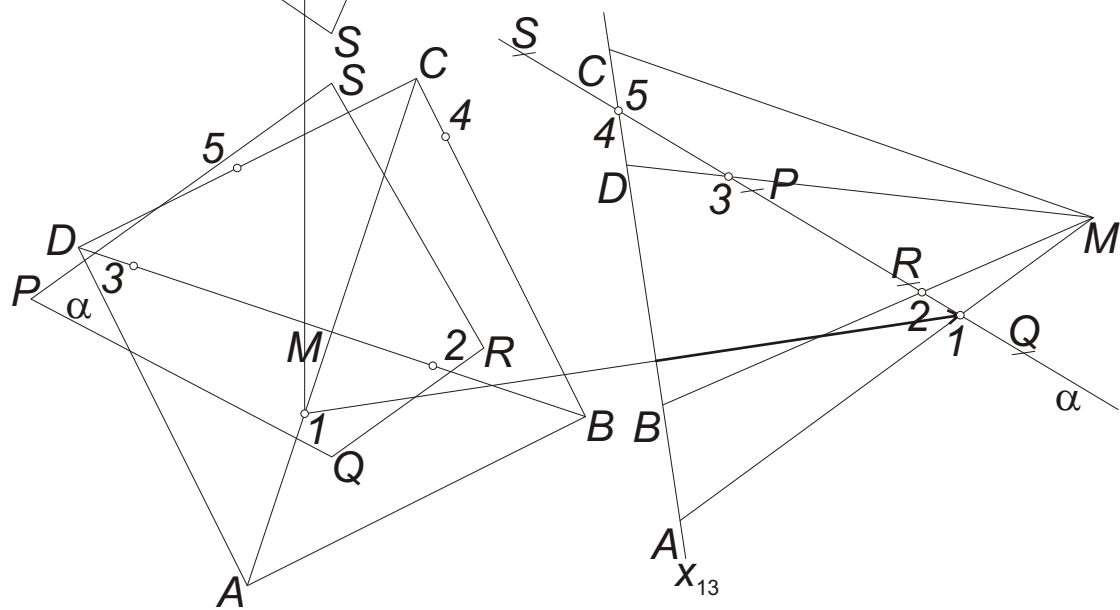
A metszetszopoligon csúcsúcsai III. képének ismeretében rendezők segítségével megkeressük a csúcsoknak előbb az I. majd a II. képét. A III. kép alapján mindegyik csúcsról tudjuk, hogy a testnek melyik élére illeszkedik.

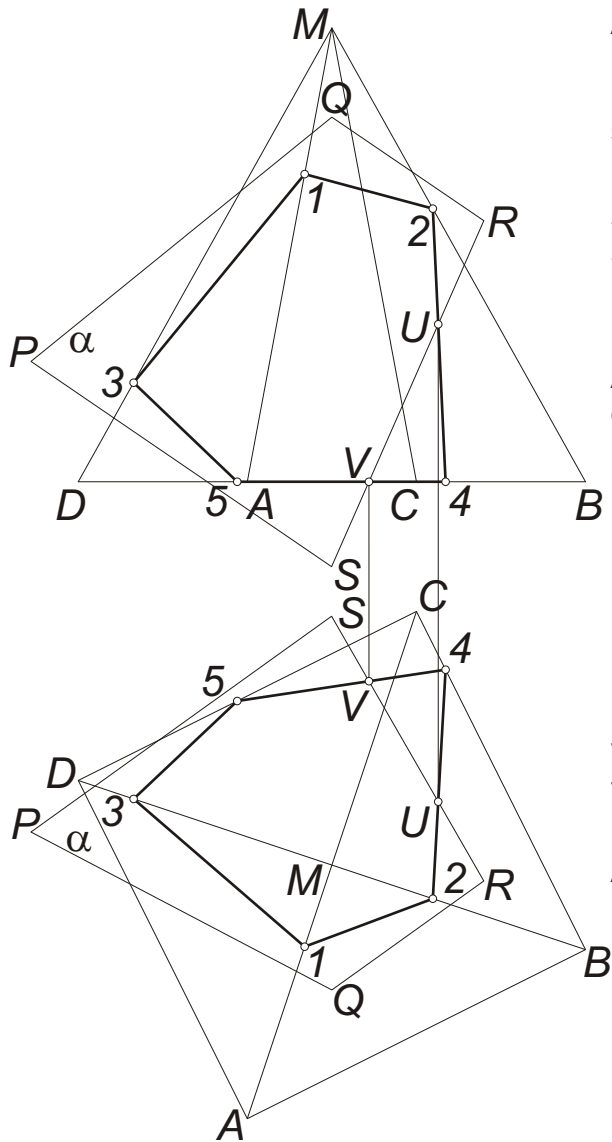




A szerkesztés pontatlanná válhat, ha valamely pont kijelölésekor a pontot kis szögben tudjuk kimetszeni. Például, ha az 1 csúcs 1" vetületét rendezővel jelöljük ki 1' ismeretében, akkor felléphet ez a probléma.

Pontosabb eredmény adódik, ha a III. képsíkon leolvassuk a pont "magasságát" (az x_{13} tengelytől mért távolságát), és azt egy rendező irányú egyenesre felmérjük a II. képsíkon az x_{12} tengelytől. Végül az így kapott "magasságban" jelölhetjük ki az AM él A"M" vetületén az 1 csúcs 1" képét.





A metszetszöveg csúcsait összekötő éleket a következő általános szabály alapján kaphatjuk, ami konvex lapokkal rendelkező (de nem feltétlenül konvex) poliéder síkmetszetének szerkesztésekor alkalmazható.

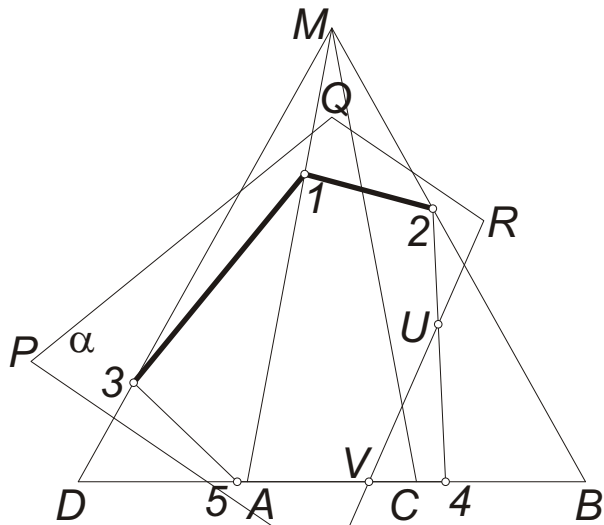
1. A metszetszöveg két csúcsát pontosan akkor köti össze egy él, ha a poliédernek van olyan lapja, amelyre mindkét csúcs illeszkedik.

2. Ha a poliéder konvex, akkor a metszetszöveg maga is egy konvex síkidom.

Az előbbi szabályt alkalmazva, például az 1 és 2 csúcsponthoz összeköthetők, mert mindkettő illeszkedik a gúla ABM oldal-lapjára. Hasonló módon összeköthetők a 4 és 5 csúcsok is, mert illeszkednek a gúla $ABCD$ alaplapjára. Összeköthetjük továbbá a 2 és 4, az 5 és 3, valamint a 3 és 1 csúcsokat is, mert páronként rendre illeszkednek a BCM , a CDM és a DAM oldallapokra. Nem köthetők össze viszont például a 3 és 4 csúcsok, mert a gúlának nincs olyan lapja, amely mindkettőjüket tartalmazza.

Mivel a gúla konvex, a második szabályt is alkalmazhatjuk. Eszerint az 1, 2, 3, 4, 5 csúcsokat úgy kell összekötni, hogy konvex ötszöveget kapjunk a lemez α síkjában, és így mindkét vetületben is. Ekkor is az előbbi eredmény adódik: a teljes α sík az 12453 konvex ötszöveget metszi ki az $ABCDM$ gúla felületéből.

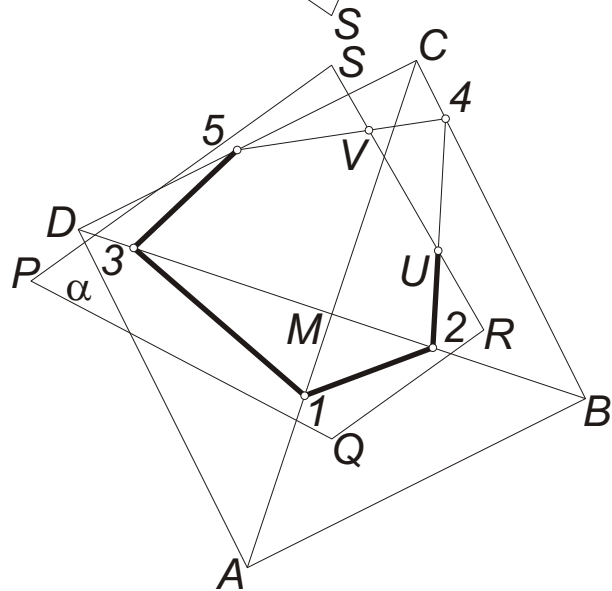
A poligon kijelöli a trapézlemez éleinek a gúla felületével alkotott U, V metszéspontjait is. Mivel ezek I. és II. képe egymástól függetlenül adódott, a rendezőjüket célszerű ellenőrizni.

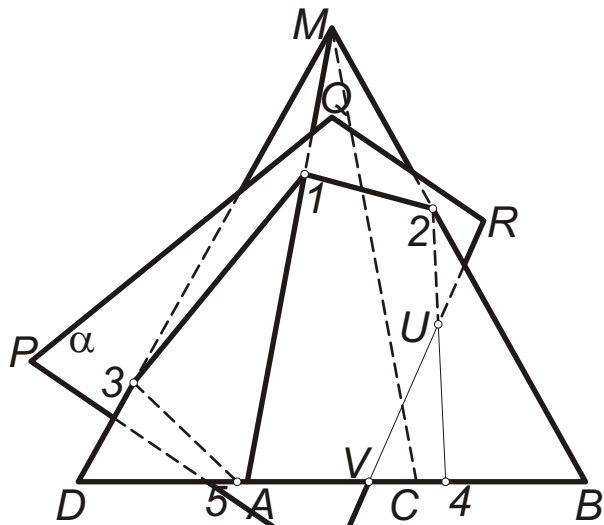


A metszéspoligon éleinek láthatósága a következő szabály szerint állapítható meg. Az éleknek a metsző lemez belsejébe eső darabjait tekintjük. *Egy ilyen éldarab pontosan akkor látható, ha a poliédernek egy látható lapjára illeszkedik.*

Felülnézetben a gúla oldallapjai látszanak, így az 53, a 31 és az 12 élek, valamint a 2U éldarab látható. Az alaplap és így a rá illeszkedő V5 éldarab azonban nem látszik.

Előlnézetben a gúla DAM és ABM oldallapjait lehet látni. Ennek megfelelően a 31 és az 12 élek lesznek láthatók.





Innentől a láthatóság feltüntetése a térszemlélet alapján történhet, illetve a felmerülő láthatósági kérdések a fedőpontpárok vizsgálata alapján dönthetők el.

A tömör gúla belsejében a trapézlemez UV éldarabját nem létező élnek tekintjük.

