AXONOMETRIKUS ÁBRÁZOLÁS

Az axonometrikus ábrázolás lényege, hogy az alakzatokat a hozzájuk rögzített térbeli derékszögű koordinátarendszerrel együtt vetítjük a képsíkra (***axonometrikus képsík***). Ha a vetítősugarak a képsíkra merőlegesek, ***ortogonális vagy merőleges axonometriáról*** beszélünk.

Az egységszakasz hossza: e.
e rövidült hossza a tengelyeken:

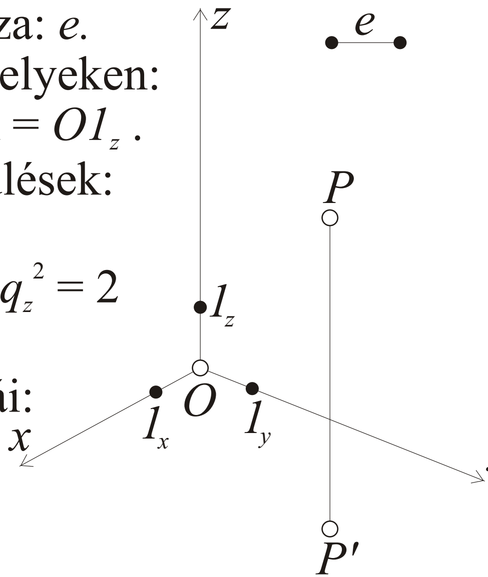
$$e_x = O1_x\,,\; e_y = O1_y\,,\; e_z = O1_z\,.$$

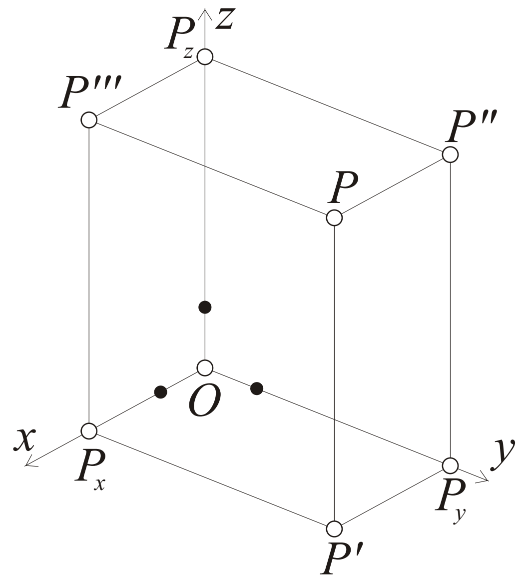
A tengely irányú rövidülések:

$$\left.\begin{aligned} q_x &= e_x / e,\\ q_y &= e_y / e,\\ q_z &= e_z / e. \end{aligned}\right\}\; q_x^2 + q_y^2 + q_z^2 = 2$$

P pont x, y, z koordinátái:

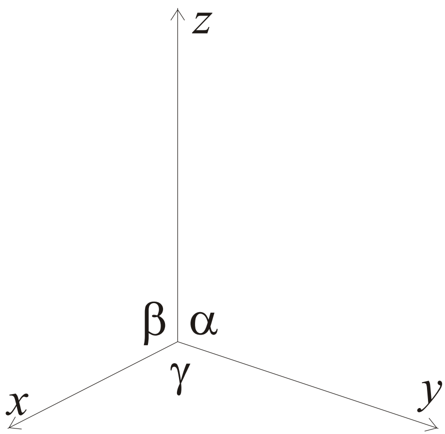
$$x = OP_x / q_x\,,$$
$$y = OP_y / q_y\,,$$
$$z = OP_z / q_z\,.$$





Pont ábrázolása axonometrikus képével (P-vel) és valamelyik koordinátasíkon lévő merőleges vetületével (pl. P'-vel) történik. Ezek meghatározzák a pont koordináta-téglatestjét, aminek csúcsai kijelölik P koordinátapontjait (P_x, P_y, P_z), és ezek révén – a rövidülések ismeretében – P koordinátáit. Létrejönnek továbbá a pont többi koordiátasíkon lévő vetületei is.

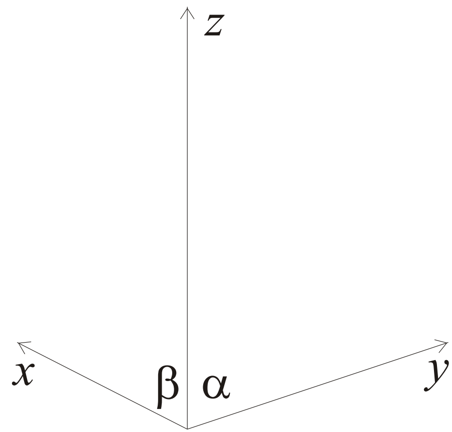
1. Ortogonális axonometriában a tengelykereszt képe nem teljesen tetszőleges: bármely tengely vetülete a másik két tengely vetülete által meghatározott tompaszögű tartományba esik.



felülnézeti axonometria

α, β, γ

tompaszögek

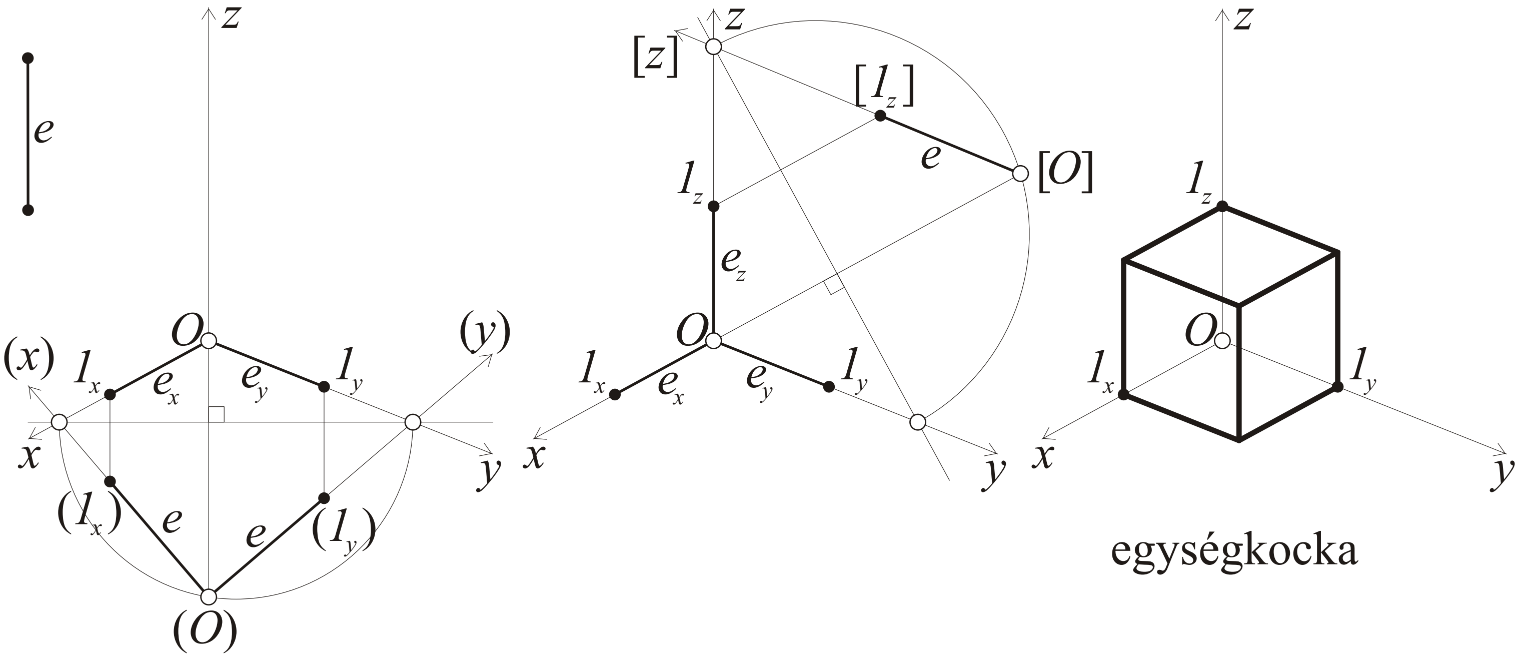


alulnézeti axonometria

α, β hegyesszögek,

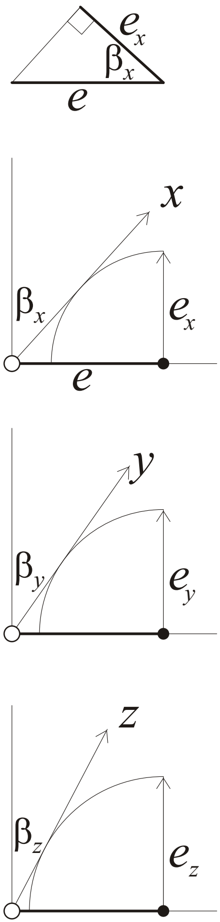
$\gamma = \alpha + \beta$ tompaszög

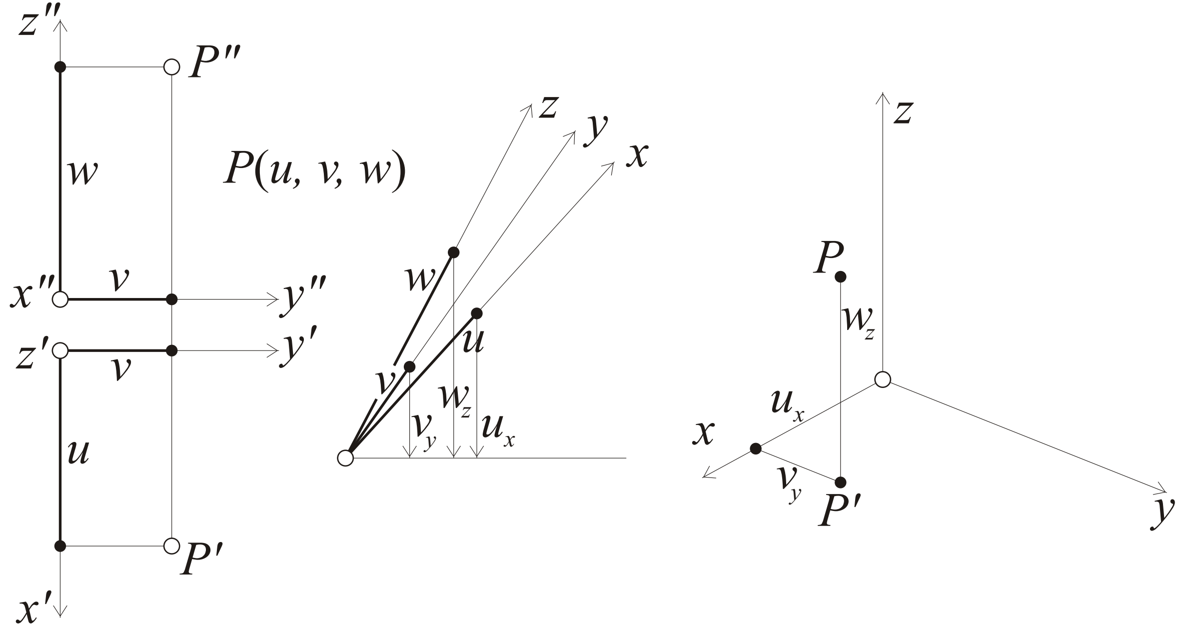
Ortogonális axonometriában a tengelykereszt képe meghatározza a tengely-irányú (és ezáltal bármely más irányú) rövidüléseket is.



Egy koordinátasík fővonalának képe merőleges a harmadik koordinátatengely vetületére. (Ugyanis egy ilyen fővonal a térben párhuzamos az axonometrikus képsíkkal, és – a koordinátasík többi egyenesével együtt – merőleges a harmadik koordinátatengelyre.)

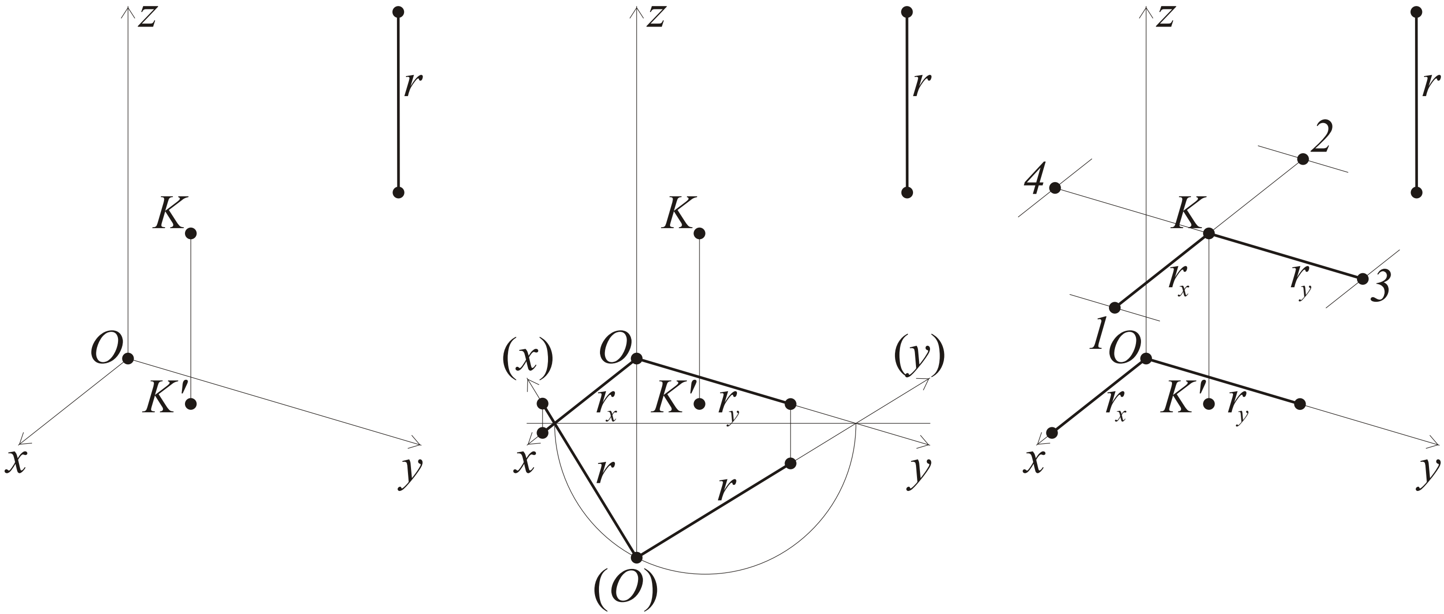
A koordinátasíkot egy fővonala körül leforgathatjuk. Mivel az x és y koordinátatengelyek a térben merőlegesek egymásra, így a leforgatott (O) origóból a fővonal koordinátatengelyek közé eső szakasza derékszögben látszik, tehát illeszkedik e szakasz Thalész-körére.





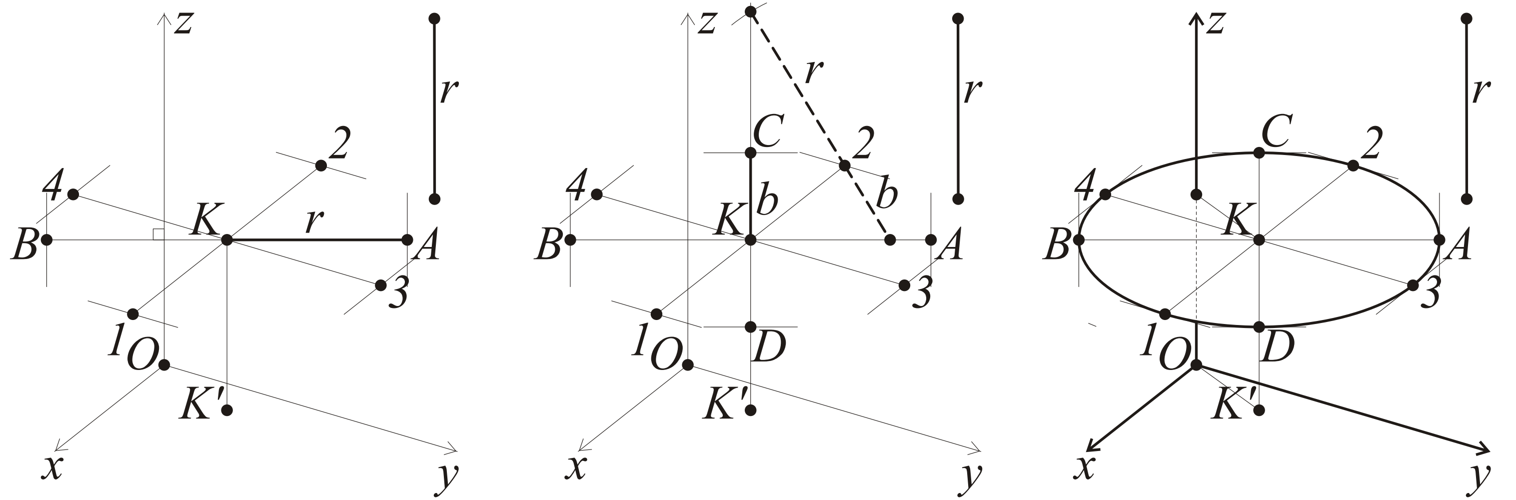
Ha sok – koordinátáival adott – pontot kell ábrázolni, célszerű elkészíteni az ún. ***rövidülési szögeket.*** Ezek a koordinátatengelyek képsíkkal bezárt β_x, β_y, β_z szögeinek a pótszögei.

Ha egy távolságot valamelyik koordinátatengelyre, vagy azzal párhuzamos egyenesre akarunk felmérni, akkor először a tengelynek megfelelő szögszárra mérjük, majd leolvassuk a kapott pont vízszintes szártól mért távolságát. Ez lesz a szakasz rövidült hossza a tengelyirányú egyenesen.



Ortogonális axonometriában adott a tengelykereszt vetülete, továbbá adott a *K* pont és az *r* távolság. Ábrázoljuk az [*x, y*] koordinátasíkkal párhuzamos síkra illeszkedő *K* középpontú *r* sugarú kört.

- Az [*x, y*] sík leforgatásával előállítjuk az *r* sugár *x* és *y* irányú rövidülését, az r_x és r_y távolságokat.
- A *K* ponton keresztül megrajzoljuk a koordinátatengelyekkel párhuzamos átmérők egyenesét és *K*-tól mindkét irányban felmérjük az r_x ill. r_y távolságokat. Így kapjuk a ***koordinátatengelyekkel párhuzamos*** *12* és *34* ***átmérőket.*** Ezek konjugált átmérőpárt alkotnak, így az érintők is rögtön adódnak.

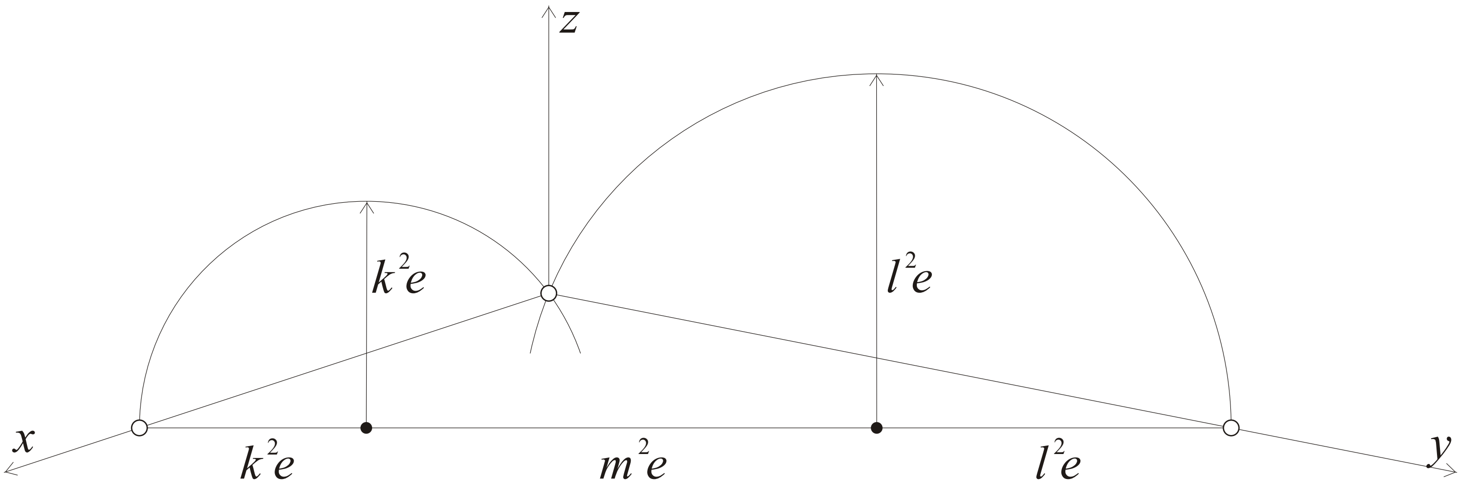


• ***A képellipszis nagytengelyére képeződődő AB átmérő*** a kör ([x, y]-nal párhuzamos) síkjának K-n áthaladó fővonalán van, így képe merőleges z vetületére. Ezen az átmérőn nem lép fel rövidülés, tehát az A és B végpontok kijelöléséhez a sugár r hosszát kell felmérni K-tól.

• ***A képellipszis kistengelyére képeződő CD átmérő*** a kör síkjának K-n áthaladó esésvonalán van, így képe párhuzamos z vetületével. A fél kistengely b hosszát pl. a „papírcsík" szerkesztés megfordításából adódó elven szerkeszthetjük meg. A *2* pont körül r sugárral megrajzolt ívvel elmetszük a kistengely egyenesét. A kapott pontot *2*-vel összekötő egyenesen *2* és a nagytegelyen lévő metszéspont közé eső szakasz hossza éppen b lesz, amit K-ból felmérve C és D adódik.

• Végül megkeressük z metszéspontját a kör síkján, és feltüntetjük a láthatóságot.

Ortogonális axonometria tengelykeresztjének előállítása a rövidülések adott arányához



$q_x : q_y : q_z = k : l : m,$ ahol k, l, m adott *természetes számok,* amelyekre teljesülnek a $k^2 + l^2 > m^2,\ \ l^2 + m^2 > k^2,\ \ m^2 + k^2 > l^2$ egyenlőtlenségek, e pedig egy (tetszőlegesen) rögzített távolság egység.

Tipikus esetek:

Izometrikus: 1 : 1 : 1;

Dimetrikus: 1 : 2 : 2, 2 : 3 : 3, 1 : 3 : 3;

Trimetrikus: 4 : 5 : 6, 5 : 9 : 10, 6 : 7 : 8.

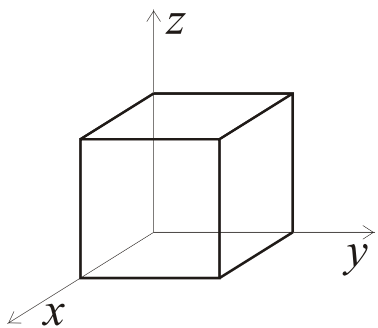
2. Klinogonális axonometria. Az alakzatokat továbbra is a hozzájuk rögzített térbeli derékszögű koordinátarendszerrel együtt párhuzamos sugarakkal vetítjük a képsíkra. Ha ezek a vetítősugarak nem merőlegesek a képsíkra, ***ferdeszögű*** v. ***klinogonális axonometriáról*** beszélünk.

Pohlke tétele: *A tengelykereszt és a tengelyeken fellépő rövidülések aránya tetszőlegesen megadható.* Mindig előállítható a térbeli derékszögű koordinátarendszernek egy alkalmas állása és a vetítősugarak iránya úgy, hogy képként az adott tengelykeresztet kapjuk a rövidülések adott arányával. (KARL WILHELM POLKE, német matematikus, 1810 – 1876.)

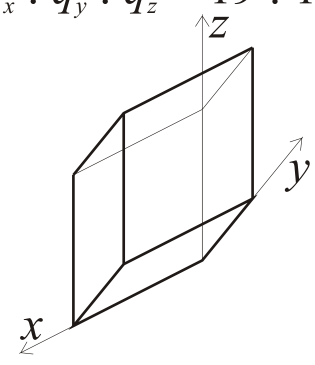
A tengelykereszt és a rövidülések arányának megválasztásában tehát nagy szabadsági fokunk van. Törekedni kell azonban a ***képiesség megőrzésére.***

$q_x : q_y : q_z = 31 : 50 : 50$ $\qquad$ $q_x : q_y : q_z = 19 : 11 : 20$

az egységkocka képe:

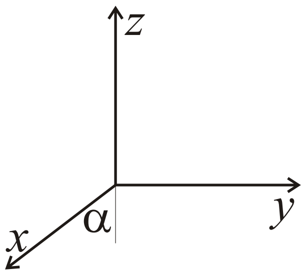


képies



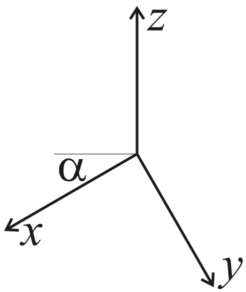
nem képies

Frontális axonometria: $y \perp z$



$\alpha = 30°,\ 45°,\ 60°;$
$q_x = 1/2,\ 2/3,\ 1;$
$q_y = q_z = 1;$
($\alpha = 45°$, $q_x = 1$: kavalier-perspektíva)

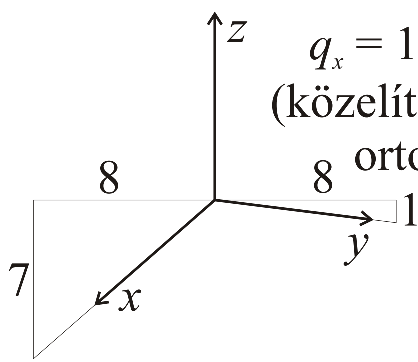
Horizontális axonometria v. katona-perspektíva: $x \perp y$



$\alpha = 30°,\ 45°,\ 60°;$
$q_x = q_y = 1;$
$q_z = 1/2,\ 2/3,\ 1.$

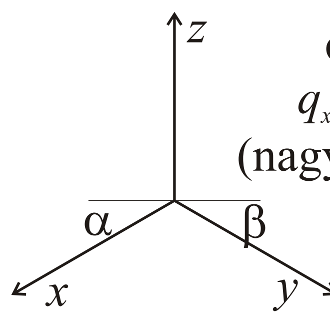
(E hagyományos elnevezésekben szereplő "*perspektíva*" szó most nem a centális ábrázolásra utal.)

Konvencionális axonometria

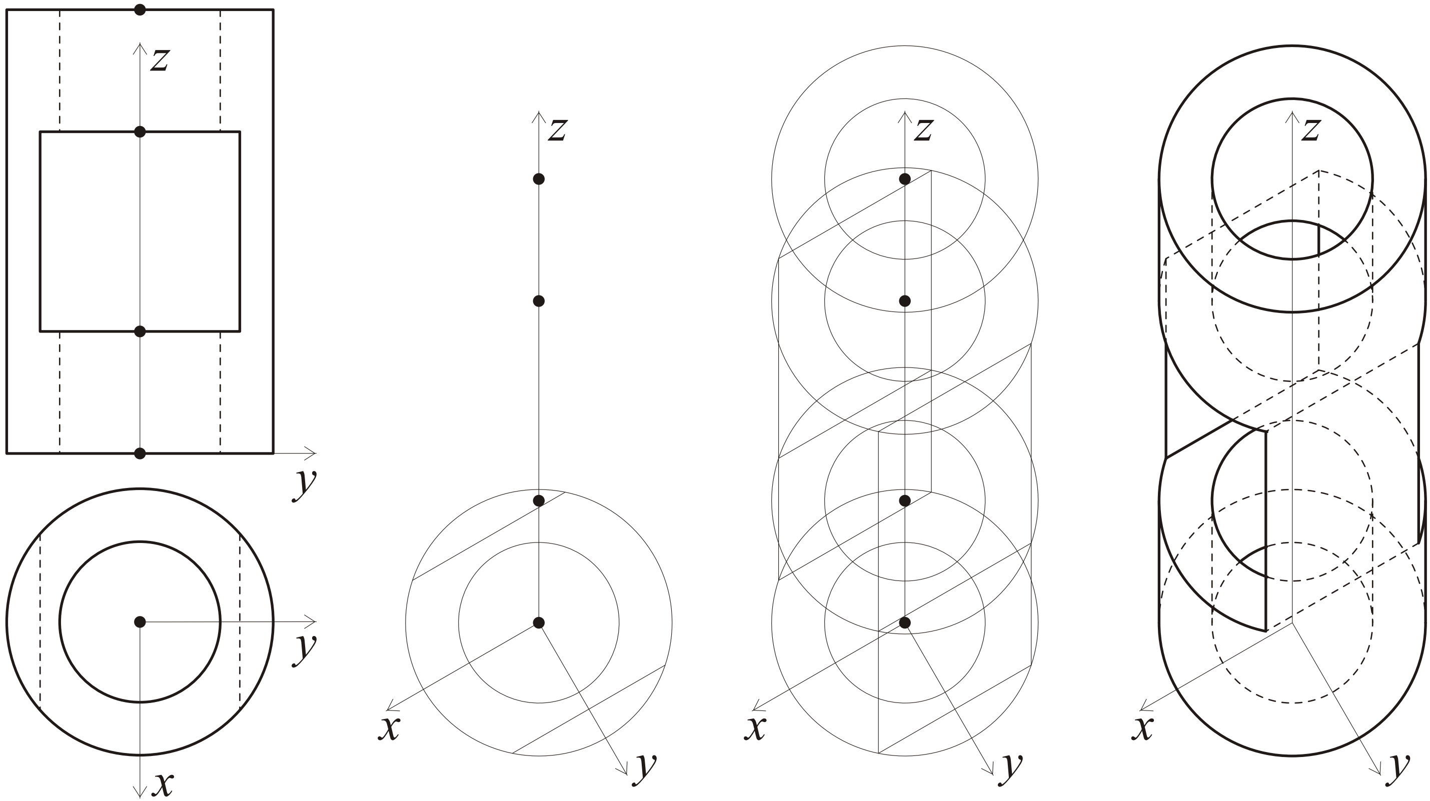


$q_x = 1/2,\quad q_y = q_z = 1;$
(közelítően egy nagyított ortogonális kép)

Izometrikus axonometria



$\alpha = \beta = 30°;$
$q_x = q_y = q_z = 1;$
(nagyított ortogonális kép)



Ábrázoljuk az elölnézeti és felülnézeti képeivel adott alkatrészt katona-perspektívában: $\alpha = 30°$, $q_x = q_y = q_z = 1$.

Mivel $q_x = q_y = 1$, továbbá az x és y tengelyek vetülete merőleges egymásra, ezért az axonometrikus képsík párhuzamos (vagy egybeesik) az $[x, y]$ koordinátasíkkal. Így az alaprajz képe egybevágó a felülnézettel (pl. az $[x, y]$ síkon lévő kör képe kör lesz). Ezért az alaprazot, megfelelően elforgatva, egyszerűen átmásoljuk.

Mivel $q_z = 1$, az egyes szinteket is közvetlenül mérhetjük föl a z tengelyre.

Ezt követően elkészítjük a test éleinek struktúráját, majd feltüntetjük a láthatóságot.